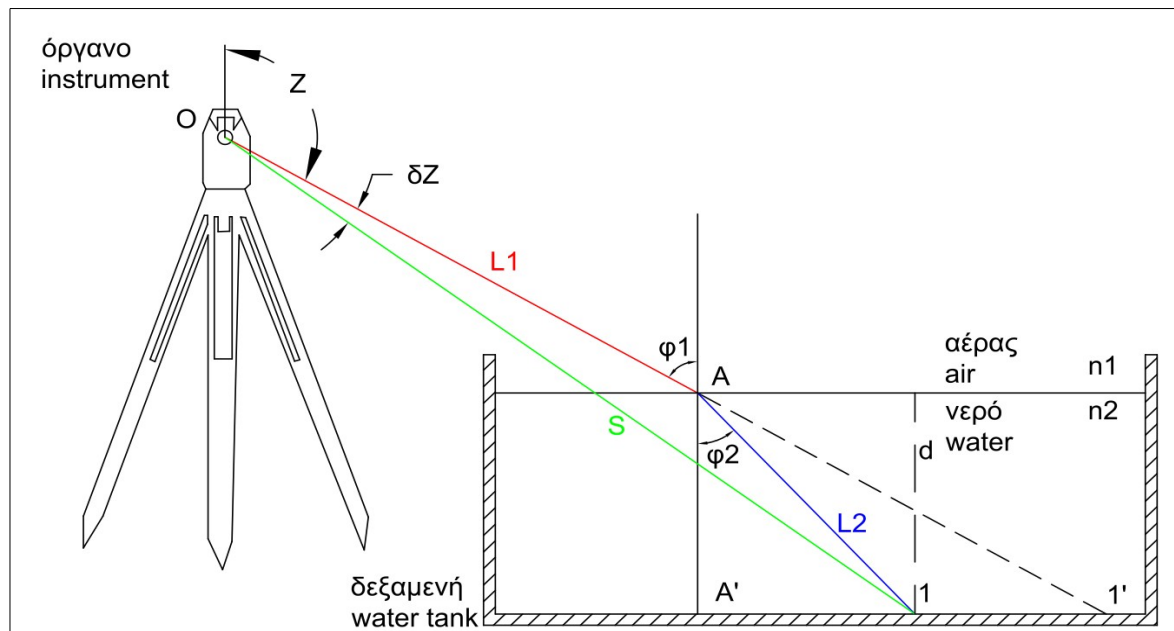


ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΑΓΡΟΝΟΜΩΝ ΚΑΙ ΤΟΠΟΓΡΑΦΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΓΕΝΙΚΗΣ ΓΕΩΔΑΙΣΙΑΣ



ΤΙΤΛΟΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

**“ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΣΗΜΕΙΑ ΜΕΣΑ ΣΤΟ ΝΕΡΟ ΜΕ REFLECTORLESS
TOTAL STATIONS ”**

Διπλωματική Εργασία
Κουτρομάνος Δημήτριος

Επιβλέπων καθηγητής:

Δημοσθένης Σταθάς

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Σεπτέμβριος 2014

Πρόλογος

Η ανάπτυξη της τεχνολογίας των οργάνων μέτρησης μηκών και γωνιών είχε σαν αποτέλεσμα την δημιουργία γεωδαιτικών σταθμών που έχουν την δυνατότητα μέτρησης χωρίς την χρήση ανακλαστήρα (Reflectorless Total Stations-RTS). Η ισχύς της ακτινοβολίας των οργάνων αυτών είναι ικανή ώστε να έχουν την δυνατότητα να πραγματοποιούν μετρήσεις σε σημεία κάτω από την επιφάνεια του νερού.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία γίνεται προσπάθεια να αναπτυχθεί μια μεθοδολογία η οποία να αναφέρεται σε αυτού του είδους τις μετρήσεις.

Ένα τέτοιο εγχείρημα μόνο απλό δεν μπορεί να χαρακτηριστεί, καθώς υπάρχουν πολλοί παράγοντες οι οποίοι επηρεάζουν τέτοιου είδους μετρήσεις, η επίδραση των οποίων, τόσο ποιοτικά όσο και ποσοτικά, επιχειρείται να αναλυθεί. Οι παράγοντες αυτοί, οι οποίοι πρέπει να ληφθούν υπόψιν, προκειμένου να καταστεί μια μεθοδολογία τόσο αξιόπιστη όσο και ευρέως εφαρμόσιμη, υπόκεινται σε νόμους της Γεωδαισίας και της Φυσικής.

Η θεωρητική μεθοδολογία, όπως και κάθε θεωρητική διατύπωση πρέπει να στηρίζεται από κάποιο πείραμα το οποίο ανάλογα με τα αποτελέσματά που δίνει, προσδιορίζει τον βαθμό αξιοπιστίας και εφαρμοσιμότητας της μεθοδολογίας.

Ευχαριστίες

Για την εκπόνηση της διπλωματικής εργασίας σημαντικό ρόλο έπαιξαν και θα ήθελα να ευχαριστήσω

τον Καθηγητή του ΕΜΠ και επιβλέποντα της παρούσας διπλωματικής εργασίας, κο Σταθά Δημοσθένη, για την συμβολή του, την καθοδήγησή του και την αμέριστη βοήθειά του σε όλη την διάρκεια εκπόνησης της εργασίας,

τον υποψήφιο Διδάκτορα του ΕΜΠ Κωνσταντίνο Νικολίτσα, για την πολύτιμη βοήθειά του για την εκπόνηση της εργασίας αλλά και για την πραγματοποίηση του πειράματος, το οποίο χωρίς τη βοήθειά του θα ήταν πολύ δύσκολο να πραγματοποιηθεί

και τέλος την οικογένειά μου και τη Νικολέττα Ραβάνη για την πολύτιμη βοήθειά και συμπαράστασή τους.

Abstract

Total stations were developed about 20 years ago and since then their measuring performance has been very much improved. The recent developments include a range of new features and support measurements without the use of reflectors with acceptable accuracy for most surveying applications. Indeed, in some occasions and in proper environmental conditions, the accuracy is equivalent to the accuracy of conventional total stations using prisms.

In order to achieve the results that meet the specifications of a given project, studies have been performed to assess the accuracy and reliability of the reflectorless instruments. The aim of this diploma thesis is to develop an error analysis method that assesses the accuracy of such instruments when measurements are performed for points that are under the water surface. The error analysis is based on the laws of physics and of geodesy.

An analytical description of the parameters that affect the reflectorless measurements is presented and the required corrections are calculated for the measurements. Further to the theoretical investigation, results from practical experiments are given along with results from the analysis of the effect of parameters such as the refraction of light in the air and water, the depth of water and the strength of the returning signal.

Περίληψη

Η μεγάλη ανάπτυξη που γνωρίζει η τεχνολογία τα τελευταία χρόνια έχει ανοίξει νέα πεδία έρευνας που δίνουν έναυσμα στην ανάπτυξη νέων μεθόδων και εφαρμογών στη Γεωδαισία, αφήνοντας πίσω προβλήματα τα οποία παλαιότερα θα ήταν δύσκολο έως και αδύνατον να αντιμετωπιστούν. Αναπτύχθηκαν γεωδαιτικοί σταθμοί οι οποίοι πλέον έχουν τη δυνατότητα να πραγματοποιούν μετρήσεις χωρίς τη χρήση ανακλαστήρα, με την ακρίβεια των μετρήσεων, σε ορισμένες περιπτώσεις και σε ευνοϊκές περιβαλλοντικές συνθήκες, να είναι αντίστοιχη των μετρήσεων με την χρήση ανακλαστήρα.

Οι νέες αυτές δυνατότητες έχουν ήδη αρχίσει να εφαρμόζονται και να μελετώνται σε θεωρητικό και πειραματικό επίπεδο, για να διαπιστωθεί η ακρίβειά και η αξιοπιστία τους. Η συγκεκριμένη διπλωματική εργασία πραγματοποιείται στα πλαίσια αυτών των θεωρητικών και πειραματικών διερευνήσεων. Έχει σαν σκοπό την ανάπτυξη μια μεθοδολογίας η οποία θα επιτρέπει τις μετρήσεις σημείων τα οποία βρίσκονται κάτω από τη στάθμη του νερού, λαμβάνοντας υπόψη τις παραμέτρους και τους παράγοντες που τις επηρεάζουν, με βάση πάντα τους νόμους της φυσικής και της Γεωδαισίας.

Στο **Κεφάλαιο I** γίνεται αναλυτική περιγραφή των παραμέτρων που επηρεάζουν τις μετρήσεις χωρίς ανακλαστήρα τόσο στον αέρα όσο και στο νερό ([9]), τους νόμους της Φυσικής και της Γεωδαισίας που επιδρούν και διαμορφώνουν τις μετρήσεις (παράγραφος 1.2,1.3,[12]) και γίνεται προσπάθεια να υπολογιστούν οι απαραίτητες διορθώσεις (παράγραφος 2.2,[4]), λαμβάνοντας υπόψη τις παραμέτρους, για να μπορέσουν τα αποτελέσματα να προσεγγίσουν με αξιοπιστία και ακρίβεια τις μετρήσεις που πραγματοποιούνται στην ατμόσφαιρα.

Η μεθοδολογία που αναπτύσσεται στο **Κεφάλαιο II** (παράγραφος 2.2,[4]), προκειμένου να μπορέσει να θεωρηθεί εφαρμόσιμη και με αξιόπιστα και ακριβή αποτελέσματα, είναι απαραίτητο να συνοδεύεται και από μια πειραματική διαδικασία (παράγραφος 2.3), με την οποία γίνεται προσπάθεια να προσομοιωθεί η θεωρητική διατύπωση όσο το δυνατόν πιο πιστά και να εξαχθούν αποτελέσματα με βάσει τα οποία θα κριθεί η μεθοδολογία.

Τα αποτελέσματα της πειραματικής διαδικασίας επεξεργασμένα με βάση τους παράγοντες που επηρεάζουν τις μετρήσεις, είναι διορθωμένες μετρήσεις και ακολούθως διορθωμένες συντεταγμένες σημείων. Ακόμη διερευνάται και το βάθος στο οποίο καθίσταται δυνατή η μέτρηση των σημείων, με κριτήρια αξιοπιστίας αλλά και με αντικειμενικά κριτήρια, όπως η ισχύς του επιστρεφόμενου σήματος.

Πίνακας Περιεχομένων

Πρόλογος	2
Ευχαριστίες	3
Abstract	4
Περίληψη	5
Διαγράμματα	9
Σχήματα	10
Εικόνες	11
Πίνακες	11
Πίνακας Συμβόλων	17
Εισαγωγή	19

Κεφάλαιο I: Ανάκλαση - Διάθλαση – Όργανα EDM χωρίς ανακλαστήρα

1.1 Εισαγωγή	21
1.2 Ανάκλαση	22
1.2.1 Βασικές αρχές ανάκλασης	22
1.2.2 Ανακλαστικότητα	23
1.2.2.1 Είδη ανακλαστικότητας	23
1.3 Διάθλαση	24
1.3.1 Βασικές αρχές ανάκλασης	24
1.3.2 Δείκτες διάθλασης (φάσης και ομάδας)	26
1.3.2.1 Δείκτης διάθλασης μονοχρωματικής ακτινοβολίας	26
1.3.2.2 Δείκτης διάθλασης διαμορφωμένης ακτινοβολίας	26
1.4 EDM (Electronic Distance Measurement)	27
1.4.1 Βασική αρχή λειτουργίας	27
1.4.2 Αξιολόγηση μέτρησης απόστασης χωρίς ανακλαστήρα	30
1.4.3 Όργανα και τεχνικά χαρακτηριστικά	32

Κεφάλαιο II: Μετρήσεις κάτω από την επιφάνεια του νερού

2.1 Εισαγωγή	35
2.2 Προτεινόμενη μέθοδος	35
2.3 Πειραματική διαδικασία	42

Κεφάλαιο III: Υπολογισμοί και αποτελέσματα

3.1 Εισαγωγή	45
3.2 Υπολογισμός δεικτών διάθλασης	45
3.2.1 Δείκτης διάθλασης αέρα	45
3.2.2 Δείκτης διάθλασης νερού	48
3.2.2.1 Προσαρμογή αποτελεσμάτων δείκτη διάθλασης	49
3.2.2.2 Δείκτης διάθλασης ομάδας	51
3.3 Υπολογισμός υψομετρικής διαφοράς μεταξύ του οργάνου και της επιφάνειας του νερού	51
3.4 Υπολογισμός συντεταγμένων αναφοράς	53
3.5 Εφαρμογή της προτεινόμενης μεθοδολογίας και τα αποτελέσματά της	57
3.5.1 Πρώτο στάδιο υπολογισμών της μεθοδολογίας	57
3.5.2 Δεύτερο στάδιο υπολογισμών της μεθοδολογίας	61
3.5.3 Τρίτο στάδιο υπολογισμών της μεθοδολογίας	67

3.6 Ανάλυση σφαλμάτων	76
3.6.1 Αβεβαιότητες κεκλιμένου μήκους και διόρθωσης της κατακόρυφης γωνίας	76
3.6.2 Αβεβαιότητα συντεταγμένων μετά την εφαρμογή της μεθοδολογίας	80
3.6.3 Στατιστική ανάλυση των σφαλμάτων	90
3.7 Συσχέτιση των δύο αυθαίρετων συστημάτων αναφοράς	94
3.7.1 Αβεβαιότητες σημείων μετρημένων από το όργανο Leica TCRM 1201+ στο σύστημα το οργάνου Leica TM30	96
3.7.2 Σύγκριση συντεταγμένων από τα δύο όργανα στο κοινό σύστημα αναφοράς	99
3.8 Μετρήσεις ανακλαστικότητας	105

Κεφάλαιο IV: Συμπεράσματα και προτάσεις

4.1 Εισαγωγή	105
4.2 Συμπεράσματα για την αβεβαιότητα των συντεταγμένων	105
4.3 Συμπεράσματα για τα αποτελεσμάτων της προτεινόμενης μεθόδου	108
4.4 Συμπεράσματα για την εκτροπή των σημείων πριν την εφαρμογή της μεθοδολογίας	108
4.5 Συμπεράσματα από τις μετρήσεις ανακλαστικότητας	112
4.6 Προτάσεις για μελλοντική έρευνα – διερεύνηση	112
4.7 Συμπεράσματα για την συμπεριφορά των οργάνων κατά την διάρκεια των μετρήσεων	112
4.8 Προτάσεις για μελλοντική έρευνα – διερεύνηση	113
Extended Abstract	115
Βιβλιογραφία	119
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ I	121
I) Επεξεργασία μετρήσεων	121
II) Μέθοδος Edlen – Υπολογισμός δείκτη διάθλασης αέρα	123
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ II	126
I) Συνόρθωση για μετατροπή του συστήματος αναφοράς (I) στο κοινό σύστημα αναφοράς (II)	126
II) Νόμος μετάδοσης μεταβλητοτήτων για υπολογισμό των σφαλμάτων των συντεταγμένων από το Όργανο I που μετατράπηκαν στο κοινό σύστημα II	129

Διαγράμματα

Κεφάλαιο I

Διάγραμμα 1.1: Σύγκριση των διαφορετικών μεθόδων μέτρησης αποστάσεων

Graph 1.1: Comparison of the different methods of distance measurement

Κεφάλαιο II

Διάγραμμα 2.1 : Τρισδιάστατη αναπαράσταση των σημείων της δεξαμενής στο χώρο

Graph 2.1 : Three-dimensional representation of the tank's points

Κεφάλαιο III

Διάγραμμα 3.1: Τιμές δείκτη διάθλασης νερού για το Leica TCRM 1201+

Graph 3.1: Values of refractive index of water for Leica TCRM 1201+

Διάγραμμα 3.2: Τιμές δείκτη διάθλασης νερού για το Leica TM30

Graph 3.2: Values of refractive index of water for Leica TM30

Διάγραμμα 3.3: Διαφορές κεκλιμένης απόστασης σε σχέση με το βάθος του νερού

Graph 3.3: Differences of slope distance in relation to water depth

Διάγραμμα 3.4: Διαφορές κατακόρυφης γωνίας σε σχέση με το βάθος του νερού

Graph 3.4: Differences of vertical angle in relation to water depth

Διάγραμμα 3.5: Διαφορές κεκλιμένης απόστασης σε σχέση με το βάθος του νερού

Graph 3.5: Differences of slope distance in relation to water depth

Διάγραμμα 3.6: Διαφορές κατακόρυφης γωνίας σε σχέση με το βάθος του νερού

Graph 3.6: Differences of vertical angle in relation to water depth

Διάγραμμα 3.7: Τρισδιάστατη απεικόνιση σημείων – βάθος νερού 10 cm

Graph 3.7: Three-dimensional depiction – depth of water 10 cm

Διάγραμμα 3.8: Τρισδιάστατη απεικόνιση σημείων – βάθος νερού 25.1 cm

Graph 3.8: Three-dimensional depiction – depth of water 25.1 cm

Διάγραμμα 3.9: Τρισδιάστατη απεικόνιση σημείων – βάθος νερού 39.6 cm

Graph 3.9: Three-dimensional depiction – depth of water 39.6 cm

Διάγραμμα 3.10: Τρισδιάστατη απεικόνιση σημείων – βάθος νερού 59.9 cm

Graph 3.10: Three-dimensional depiction – depth of water 59.9 cm

Διάγραμμα 3.11: Τρισδιάστατη απεικόνιση σημείων – βάθος νερού 10 cm

Graph 3.11: Three-dimensional depiction – depth of water 10 cm

Διάγραμμα 3.12: Τρισδιάστατη απεικόνιση σημείων – βάθος νερού 25.1 cm

Graph 3.12: Three-dimensional depiction – depth of water 25.1 cm

Διάγραμμα 3.13: Τρισδιάστατη απεικόνιση σημείων – βάθος νερού 39.6 cm

Graph 3.13: Three-dimensional depiction – depth of water 39.6 cm

Διάγραμμα 3.14: Τρισδιάστατη απεικόνιση σημείων – βάθος νερού 59.9 cm

Graph 3.14: Three-dimensional depiction – depth of water 59.9 cm

Κεφάλαιο IV

Διάγραμμα 4.1: Φαινομενική μετατόπιση σημείων - Όργανο Leica TCRM 1201+

Graph 4.1: Phenomenal relocation of the points – Leica TCRM 1201+

Διάγραμμα 4.2: Φαινομενική μετατόπιση σημείων - Όργανο Leica TM30

Graph 4.2: Phenomenal relocation of the points – Leica TM30

Σχήματα

Κεφάλαιο I

Σχήμα 1.1: Ανάκλαση σε επίπεδο κάτοπτρο

Figure 1.1: Reflection in plane mirror

Σχήμα 1.2: Ανακλαστικότητα λείας και στιλπνής επιφάνειας – καθρέφτη

Figure 1.2: Reflectivity of smooth surface - mirror

Σχήμα 1.3: Αυτοανακλαστικότητα

Figure 1.3 Self reflectivity

Σχήμα 1.4: Νόμος της διάθλασης

Figure 1.4: Law of refraction

Σχήμα 1.5: Γραφική αναπαράσταση της μεθόδου διαφοράς φάσης

Figure 1.5: Graphical representation of the method phase shift

Σχήμα 1.6: Γραφική αναπαράσταση της μεθόδου των παλμών

Figure 1.6: Graphical representation of the method pulse

Κεφάλαιο II

Σχήμα 2.1: Μέτρηση σημείου στο πυθμένα της δεξαμενής

Figure 2.1: Measurement of a point to the bottom of the water tank

Σχήμα 2.2: Εκτροπή της ακτίνας φωτός καθώς εισέρχεται στο νερό

Figure 2.2: Deflection of the beam of light as it enters the water

Σχήμα 2.3: Ανάγνωση της σταδίας για τον υπολογισμό της υψομετρικής διαφοράς

Figure 2.3: Read of the staff for calculating the height difference

Σχήμα 2.4: Η ακτίνα μετά την διάθλασή της προσκρούει στο στόχο

Figure 2.4: The light beam after her refraction hits the point

Σχήμα 2.5: Ίδρυση αυθαίρετου τοπικού συστήματος αναφοράς

Figure 2.5: Establishing arbitrary local reference system

Σχήμα 2.6: Τοπικό σύστημα αναφοράς και υπολογισμός της γωνίας διεύθυνσης

Figure 2.6: Local reference system and calculation of the direction angle

Σχήμα 2.7: Υπολογισμός του υψομέτρου του σημείου 1

Figure 2.7: Calculation of the height of the point 1

Σχήμα 2.8: Σκαρίφημα του κανάβου που υλοποιήθηκε στον πυθμένα της δεξαμενής

Figure 2.8: Scribble of the grid that was implemented at the bottom of the water tank

Κεφάλαιο III

Σχήμα 3.1: Υπολογισμός υψομετρικής διαφοράς

Figure 3.1: Calculation of height difference

Εικόνες

Εικόνα 2.1 : Η διάταξη των σημείων σε κάναβο μέσα στην δεξαμενή

Picture 2.1 : Grid of points inside the water tank

Πίνακες

Κεφάλαιο I

Πίνακας 1.1: Αβεβαιότητες των δύο οργάνων του πειράματος

Table 1.1: Accuracy of the experiment's instruments

Κεφάλαιο III

Πίνακας 3.1: Τιμές μεγεθών για τον υπολογισμό του δείκτη διάθλασης φάσης Leica TCRM 1201+

Table 3.1: Element's values for the calculation of the phase refractive index Leica TCRM 1201+

Πίνακας 3.2: Υπολογισμός δείκτη διάθλασης φάσης για το όργανο Leica TCRM 1201+

Table 3.2: Calculation of the phase refractive index for the instrument Leica TCRM 1201+

Πίνακας 3.3: Τιμές μεγεθών για τον υπολογισμό του δείκτη διάθλασης φάσης Leica TM30

Table 3.3: Element's values for the calculation of the phase refractive index Leica TM 30

Πίνακας 3.4: Υπολογισμός δείκτη διάθλασης φάσης για το όργανο Leica TM30

Table 3.4: Calculation of the phase refractive index for the instrument Leica TM30

Πίνακας 3.5: Υπολογισμός συντελεστών για τον υπολογισμό του δείκτη διάθλασης νερού για το όργανο Leica TCRM 1201+

Table 3.5: Parameters for the calculation of refractive index of water for the instrument Leica TCRM 1201+

Πίνακας 3.6: Υπολογισμός συντελεστών για τον υπολογισμό του φασματικού δείκτη διάθλασης νερού για το όργανο Leica TM 30

Table 3.6: Parameters for the calculation of phase refractive index of water for the instrument Leica TM30

Πίνακας 3.7: Υπολογισμός των συντελεστών της ευθείας και των σφαλμάτων τους

Table 3.7: Calculation of the parameters of the straight line and of their errors

Πίνακας 3.8: Υπολογισμός του δείκτη διάθλασης στους 26°C

Table 3.8: Calculation of the phase refractive index at 26°C

Πίνακας 3.9: Υπολογισμός του δείκτη διάθλασης ομάδας στους 26°C

Table 3.9: Calculation of the group refractive index at 26°C

Πίνακας 3.10: Υπολογισμός υψομετρικής διαφοράς στα διάφορα βάθη για τα δύο όργανα

Table 3.10: Calculation of the height difference in different depths for the two instruments

Πίνακας 3.11: Συντεταγμένες σημείου O_1 στο σύστημα I

Table 3.11: Coordinates of point O_1 at the reference system I

Πίνακας 3.12: Συντεταγμένες σημείων ελέγχου στο σύστημα I

Table 3.12: Coordinates of check points at system I

Πίνακας 3.13: Συντεταγμένες σημείου O_2 στο σύστημα II

Table 3.13: Coordinates of point O_2 at the reference system II

Πίνακας 3.14: Συντεταγμένες σημείων ελέγχου στο σύστημα II

Table 3.14: Coordinates of check points at the reference system II

Πίνακας 3.15: Συντεταγμένες σημείων κανάβου στο σύστημα I

Table 3.15: Coordinates of grid points at the reference system I

Πίνακας 3.16: Συντεταγμένες σημείων κανάβου στο σύστημα II

Table 3.16: Coordinates of grid points at the reference system II

Πίνακας 3.17: Αβεβαιότητες σημείων κανάβου στο σύστημα I

Table 3.17: Uncertainty of grid points at the reference system I

Πίνακας 3.18: Αβεβαιότητες σημείων κανάβου στο σύστημα II

Table 3.18: Uncertainty of grid points at the reference system II

Πίνακας 3.19: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα I για βάθος νερού 10cm

Table 3.19: Calculation of elements at reference system I for water depth 10cm

Πίνακας 3.20: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα I για βάθος νερού 25.1cm

Table 3.20: Calculation of elements at reference system I for water depth 25.1cm

Πίνακας 3.21: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα I για βάθος νερού 39.6cm

Table 3.21: Calculation of elements at reference system I for water depth 39.6cm

Πίνακας 3.22: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα I για βάθος νερού 59.9cm

Table 3.22: Calculation of elements at reference system I for water depth 59.9cm

Πίνακας 3.23: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα II για βάθος νερού 10cm

Table 3.23: Calculation of elements at reference system II for water depth 10cm

Πίνακας 3.24: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα II για βάθος νερού 25.1cm

Table 3.24: Calculation of elements at reference system II for water depth 25.1cm

Πίνακας 3.25: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα II για βάθος νερού 39.6cm

Table 3.25: Calculation of elements at reference system II for water depth 39.6cm

Πίνακας 3.26: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα II για βάθος νερού 59.9cm

Table 3.26: Calculation of elements at reference system II for water depth 59.9cm

Πίνακας 3.27: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα I για βάθος νερού 10cm

Table 3.27: Calculation of elements at reference system I for water depth 10cm

Πίνακας 3.28: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα I για βάθος νερού 25.1cm

Table 3.28: Calculation of elements at reference system I for water depth 25.1cm

Πίνακας 3.29: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα I για βάθος νερού 39.6cm

Table 3.29: Calculation of elements at reference system I for water depth 39.6cm

Πίνακας 3.30: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα I για βάθος νερού 59.9cm

Table 3.30: Calculation of elements at reference system I for water depth 59.9cm

Πίνακας 3.31: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα II για βάθος νερού 10cm

Table 3.31: Calculation of elements at reference system II for water depth 10cm

Πίνακας 3.32: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα II για βάθος νερού 25.1cm

Table 3.32: Calculation of elements at reference system II for water depth 25.1cm

Πίνακας 3.33: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα II για βάθος νερού 39.6cm

Table 3.33: Calculation of elements at reference system II for water depth 39.6cm

Πίνακας 3.34: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα II για βάθος νερού 59.9cm

Table 3.34: Calculation of elements at reference system II for water depth 59.9cm

Πίνακας 3.35: Συντεταγμένες σημείων πυθμένα στο σύστημα I για βάθος νερού 10cm

Table 3.35: Coordinates of grid points at the reference system I for water depth 10cm

Πίνακας 3.36: Συντεταγμένες σημείων πυθμένα στο σύστημα I για βάθος νερού 25.1cm

Table 3.36: Coordinates of grid points at the reference system I for water depth 25.1cm

Πίνακας 3.37: Συντεταγμένες σημείων πυθμένα στο σύστημα I για βάθος νερού 39.6cm

Table 3.37: Coordinates of grid points at the reference system I for water depth 39.6cm

Πίνακας 3.38: Συντεταγμένες σημείων πυθμένα στο σύστημα I για βάθος νερού 59.9cm

Table 3.38: Coordinates of grid points at the reference system I for water depth 59.9cm

Πίνακας 3.39: Συντεταγμένες σημείων πυθμένα στο σύστημα II για βάθος νερού 10cm

Table 3.39: Coordinates of grid points at the reference system II for water depth 10cm

Πίνακας 3.40: Συντεταγμένες σημείων πυθμένα στο σύστημα II για βάθος νερού 25.1cm

Table 3.40: Coordinates of grid points at the reference system II for water depth 25.1cm

Πίνακας 3.41: Συντεταγμένες σημείων πυθμένα στο σύστημα II για βάθος νερού 39.6cm

Table 3.41: Coordinates of grid points at the reference system II for water depth 39.6cm

Πίνακας 3.42: Συντεταγμένες σημείων πυθμένα στο σύστημα II για βάθος νερού 59.9cm

Table 3.42: Coordinates of grid points at the reference system II for water depth 59.9cm

Πίνακας 3.43: Αβεβαιότητες οργάνου Leica TCRM 1201+

Table 3.43: Accuracy of instrument Leica TCRM 1201+

Πίνακας 3.44: Αβεβαιότητες οργάνου Leica TM30

Table 3.44: Accuracy of instrument Leica TM30

Πίνακας 3.45: Σφάλμα κεκλιμένου μήκους Leica TCRM 1201+

Table 3.45: Error of inclined length Leica TCRM 1201+

Πίνακας 3.46: Σφάλμα κεκλιμένου μήκους Leica TM30

Table 3.46: Error of inclined length Leica TM30

Πίνακας 3.47: Σφάλμα διόρθωσης κατακόρυφης γωνίας Leica TCRM 1201+

Table 3.47: Error of Vertical angle correction Leica TCRM 1201+

Πίνακας 3.48: Σφάλμα διόρθωσης κατακόρυφης γωνίας Leica TM30

Table 3.48: Error of Vertical angle correction Leica TM30

Πίνακας 3.49: Αβεβαιότητες συντεταγμένων βάθος νερού 10cm Leica TCRM 1201+

Table 3.49: Accuracy of coordinates for water depth 10cm Leica TCRM 1201+

Πίνακας 3.50: Αβεβαιότητες συντεταγμένων βάθος νερού 59.9cm Leica TCRM 1201+

Table 3.50: Accuracy of coordinates for water depth 59.9cm Leica TCRM 1201+

Πίνακας 3.51: Αβεβαιότητες συντεταγμένων βάθος νερού 25.1cm Leica TM30

Table 3.51: Accuracy of coordinates for water depth 25.1cm Leica TM30

Πίνακας 3.52: Αβεβαιότητες συντεταγμένων βάθος νερού 59.9cm Leica TM30

Table 3.52: Accuracy of coordinates for water depth 59.9cm Leica TM30

Πίνακας 3.53: Υπολογισμός βάθος νερού μεθοδολογίας d και η αβεβαιότητά του σε κάθε σημείο του κανάβου σε μετρημένο βάθος 10cm

Table 3.53: Calculation of suggesting method's water depth d and its uncertainty for each grid point for measured depth 10cm

Πίνακας 3.54: Υπολογισμός βάθος νερού μεθοδολογίας d και η αβεβαιότητά του σε κάθε σημείο του κανάβου σε μετρημένο βάθος 25.1cm

Table 3.54: Calculation of suggesting method's water depth d and its uncertainty for each grid point for measured depth 25.1cm

Πίνακας 3.55: Υπολογισμός βάθος νερού μεθοδολογίας d και η αβεβαιότητά του σε κάθε σημείο του κανάβου σε μετρημένο βάθος 39.6cm

Table 3.55: Calculation of suggesting method's water depth d and its uncertainty for each grid point for measured depth 39.6cm

Πίνακας 3.56: Υπολογισμός βάθος νερού μεθοδολογίας d και η αβεβαιότητά του σε κάθε σημείο του κανάβου σε μετρημένο βάθος 59.9cm

Table 3.56: Calculation of suggesting method's water depth d and its uncertainty for each grid point for measured depth 59.9cm

Πίνακας 3.57: Τιμές τυποποιημένης μεταβλητής z_p

Table 3.57: Values of standardized variable z_p

Πίνακας 3.58: Υπολογισμός λόγων για στατιστικό έλεγχο για βάθος νερού 10cm

Table 3.58: Calculation of ratios for statistic check for water depth 10cm

Πίνακας 3.59: Υπολογισμός λόγων για στατιστικό έλεγχο για βάθος νερού 25.1cm

Table 3.59: Calculation of ratios for statistic check for water depth 25.1cm

Πίνακας 3.60: Υπολογισμός λόγων για στατιστικό έλεγχο για βάθος νερού 39.6cm

Table 3.60: Calculation of ratios for statistic check for water depth 39.6cm

Πίνακας 3.61: Υπολογισμός λόγων για στατιστικό έλεγχο για βάθος νερού 59.9cm

Table 3.61: Calculation of ratios for statistic check for water depth 59.9cm

Πίνακας 3.62: Συντεταγμένες σημείων στα δύο τοπικά συστήματα αναφοράς

Table 3.62: Coordinates of points at the two local reference systems

Πίνακας 3.63: Αβεβαιότητες συντεταγμένων για τα σημεία του κανάβου και τα σημεία ελέγχου

Table 3.63: Uncertainty of grid points and check points coordinates

Πίνακας 3.64: Τιμές ανεξάρτητων καθοριστικών παραμέτρων και τα σφάλματά τους

Table 3.64: Values of independent determinant parameteres and their errors

Πίνακας 3.65: Υπολογισμός συντεταγμένων στο κοινό σύστημα αναφοράς και σύγκρισή τους με τις μετρημένες από το όργανο II

Table 3.65: Calculation of coordinates at the common reference system (II) and their comparison with the measured coordinates from instrument II

Πίνακας 3.66: Σφάλματα συντεταγμένων του πρώτου οργάνου που έχουν μετατραπεί στο κοινό σύστημα συντεταγμένων (II)

Table 3.66: Errors of the first instrument coordinates that have been transformed at the common coordinate system

Πίνακας 3.67: Περιγραφή μεγεθών

Table 3.67: Description of elements

Πίνακας 3.68: Συντεταγμένες κέντρων βάρους σε βάθος 10cm

Table 3.68: Centre of gravity coordinates for water depth 10cm

Πίνακας 3.69: Μετατροπές συντεταγμένων στο κοινό σύστημα αναφοράς για βάθος 10cm

Table 3.69: Coordinate transforms at the common reference system for water depth 10cm

Πίνακας 3.70: Συγκρίσεις συντεταγμένων στο κοινό σύστημα αναφοράς σε βάθος 10cm

Table 3.70: Coordinate comparisons at the common reference system for water depth 10cm

Πίνακας 3.71: Συντεταγμένες κέντρων βάρους βάθος 25.1cm

Table 3.71: Centre of gravity coordinates for water depth 25.1cm

Πίνακας 3.72: Μετατροπές συντεταγμένων στο κοινό σύστημα αναφοράς βάθος 25.1cm

Table 3.72: Coordinate transforms at the common reference system for water depth 25.1cm

Πίνακας 3.73: Συγκρίσεις συντεταγμένων στο κοινό σύστημα αναφοράς βάθος 25.1cm

Table 3.73: Coordinate comparisons at the common reference system for water depth 25.1cm

Πίνακας 3.74: Συντεταγμένες κέντρων βάρους βάθος 39.6cm

Table 3.74: Centre of gravity coordinates for water depth 39.6cm

Πίνακας 3.75: Μετατροπές συντεταγμένων στο κοινό σύστημα αναφοράς βάθος 39.6cm

Table 3.75: Coordinate transforms at the common reference system for water depth 39.6cm

Πίνακας 3.76: Συγκρίσεις συντεταγμένων στο κοινό σύστημα αναφοράς βάθος 39.6cm

Table 3.76: Coordinate comparisons at the common reference system for water depth 39.6cm

Πίνακας 3.77: Συντεταγμένες κέντρων βάρους βάθος 59.9cm

Table 3.77: Centre of gravity coordinates for water depth 59.9cm

Πίνακας 3.78: Μετατροπές συντεταγμένων στο κοινό σύστημα αναφοράς βάθος 59.9cm

Table 3.78: Coordinate transforms at the common reference system for water depth 59.9cm

Πίνακας 3.79: Συγκρίσεις συντεταγμένων στο κοινό σύστημα αναφοράς βάθος 59.9cm

Table 3.79: Coordinate comparisons at the common reference system for water depth 59.9cm

Πίνακας 3.80: Ποσοστά επιστρεφόμενης ακτινοβολίας για τα διάφορα βάθη

Table 3.80: Percentages of returning radiation for different water depths

Κεφάλαιο IV

Πίνακας 4.1: Διαφορές συντεταγμένων σε βάθος νερού 39.6cm

Table 4.1: Coordinate differences for water depth 39.6cm

Πίνακας 4.2: Διαφορές συντεταγμένων σε βάθος νερού 59.9cm

Table 4.2: Coordinate differences for water depth 59.9cm

Πίνακας 4.3: Διαφορές συντεταγμένων σε βάθος νερού 39.6cm

Table 4.3: Coordinate differences for water depth 39.6cm

Πίνακας 4.4: Διαφορές συντεταγμένων σε βάθος νερού 59.9cm

Table 4.4: Coordinate differences for water depth 59.9cm

Πίνακας 4.5: Εξισώσεις ευθειών εκτροπής για κάθε σημείο Leica TCRM 1201+

Table 4.5: Equations of the deflection straight lines for each point Leica TCRM 1201+

Πίνακας 4.6: Εξισώσεις ευθειών εκτροπής για κάθε σημείο Leica TM30

Table 4.6: Equations of the deflection straight lines for each point Leica TM30

Πίνακας 4.7: Σημεία τομής ευθειών εκτροπής για τα δύο όργανα

Table 4.7: Intersection points of the deflection straight lines for both instruments

Πίνακας συμβόλων

<u>Σύμβολο</u>	<u>Περιγραφή</u>
Γωνίες	
α_{i-j}	Γωνία διεύθυνσης
δz	Διόρθωση κατακόρυφης γωνίας
H_z	Οριζόντια γωνία
z	Κατακόρυφη γωνία
Μήκη - Ύψη	
D	Οριζόντιο μήκος
L	Απόσταση
S	Κεκλιμένο μήκος
Δh	Υψομετρική διαφορά
d	Βάθος νερού στη δεξαμενή
Συντεταγμένες	
X	Γεωδαιτική συντεταγμένη άξονα X
Y	Γεωδαιτική συντεταγμένη άξονα Y
Z	Γεωδαιτική συντεταγμένη άξονα Z
δX	Διόρθωση συντεταγμένης X
δY	Διόρθωση συντεταγμένης Y
δZ	Διόρθωση συντεταγμένης Z
Παράμετροι συνόρθωσης μετασχηματισμού	
a	Παράμετρος μετασχηματισμού
b	Παράμετρος μετασχηματισμού
c	Ταχύτητα του φωτός στο κενό
t_x	Παράμετρος μετασχηματισμού - μετάθεση ως προς X
t_y	Παράμετρος μετασχηματισμού - μετάθεση ως προς Y
Δείκτες διάθλασης	
n	Δείκτης διάθλασης
n_1	Δείκτης διάθλασης μέσου 1
n_2	Δείκτης διάθλασης μέσου 2
n_φ	Δείκτης διάθλασης φάσης
n_g	Δείκτης διάθλασης ομάδας
n_{26}	Δείκτης διάθλασης φάσης στους 26°C
n_{g26}	Δείκτης διάθλασης ομάδας στους 26°C

Διάφορα μεγέθη	
T	Θερμοκρασία
p	Πίεση αέρα
u	Ταχύτητα ακτινοβολίας σε κάποιο μέσο
u_{φ}	Ταχύτητα φάσης
u_g	Ταχύτητα ομάδας
t	Χρόνος
σ	Τυπική απόκλιση

Εισαγωγή

Το γεγονός της τεχνολογικής εξέλιξης με την κατασκευή γεωδαιτικών σταθμών όλο ακριβέστερων, με πολλές δυνατότητες όπως η μέτρηση χωρίς ανακλαστήρα και η αύξηση της ισχύος της ακτινοβολίας λέιζερ, έδωσε το έναυσμα για ανάπτυξη και αξιολόγηση νέων πεδίων εφαρμογής. Ένα τέτοιο πεδίο εφαρμογής είναι και η μέθοδος που αναπτύσσεται στην παρούσα διπλωματική εργασία. Η μέθοδος αυτή αγγίζει ένα θέμα στο οποίο ελάχιστες έρευνες έχουν διεξαχθεί όχι μόνο σε πανελλήνιο αλλά και σε παγκόσμιο επίπεδο βιβλιογραφίας. Οι μετρήσεις σημείων κάτω από την επιφάνεια του νερού είναι ένα θέμα το οποίο δεν έχει ερευνηθεί σε βάθος και σε αυτή την εργασία επιδιώκεται μια πρώτη προσέγγισή και μια προσπάθεια, με σκοπό να διαπιστωθεί το κατά πόσο είναι εφαρμόσιμη και αξιόπιστη.

Στο **πρώτο κεφάλαιο** της διπλωματικής εργασίας παρουσιάζεται το θεωρητικό υπόβαθρο στο οποίο στηρίχθηκε η προτεινόμενη μεθοδολογία, με στοιχεία που είναι σχετικά με την ανακλαστικότητα (παράγραφος 1.1), το φαινόμενο της διάθλασης (παράγραφος 1.3) και τους δείκτες διάθλασης (παράγραφος 1.3.2) τόσο στο νερό όσο και στον αέρα και με την ακρίβεια μέτρησης χωρίς ανακλαστήρα με συγκεκριμένα όργανα αυτού του είδους.

Στο **δεύτερο κεφάλαιο** παρουσιάζεται αναλυτικά η θεωρία της προτεινόμενης μεθόδου (παράγραφος 2.2,[4]), προκειμένου να γίνουν μετρήσεις και οι αντίστοιχες διορθώσεις για τα σημεία κάτω από την επιφάνεια του νερού. Επίσης περιγράφεται η πειραματική διαδικασία και ο τρόπος διεξαγωγής της (παράγραφος 2.3), με όλες τις μετρήσεις οι οποίες πραγματοποιήθηκαν και με όλους τους παράγοντες που λήφθηκαν υπόψη προκειμένου η πειραματική διαδικασία να ακολουθήσει πιστά το πλαίσιο το οποίο έχει δημιουργήσει η μεθοδολογία.

Στο **τρίτο κεφάλαιο** παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των μετρήσεων, οι διορθώσεις οι οποίες έγιναν με σκοπό να υπολογιστούν οι συντεταγμένες των σημείων καθώς και η σύγκριση των αποτελεσμάτων των οργάνων που χρησιμοποιήθηκαν (παράγραφος 3.7).

Στο **τέταρτο κεφάλαιο** παρουσιάζονται τα συμπεράσματα με βάση την ανάλυση των σφαλμάτων των στοιχείων εκείνων που μετρήθηκαν και υπολογίστηκαν και αξιολογούνται η ακρίβεια και η αξιοπιστία των αποτελεσμάτων της μεθοδολογίας, όπως τα διορθωμένα μήκη και γωνίες καθώς και οι διορθωμένες συντεταγμένες των σημείων που σκοπεύτηκαν.

Τέλος παρουσιάζεται η βιβλιογραφία στην οποία στηρίχθηκε και από την οποία άντλησε στοιχεία και πληροφορίες η παρούσα διπλωματική εργασία.

Κεφάλαιο I

Ανάκλαση - Διάθλαση – Όργανα EDM χωρίς ανακλαστήρα

1.1 Εισαγωγή

Το κεφάλαιο που ακολουθεί αφορά στους βασικούς νόμους της φυσικής και αναλύει τις έννοιες εκείνες οι οποίες εμπλέκονται στην μέτρηση απόστασης από όργανα EDM (Electronic Distance Measurement) χωρίς την χρήση ανακλαστήρα. Η ευκολία που παρέχει η μέτρηση χωρίς ανακλαστήρα ισοσκελίζεται από τις επιδράσεις που δέχονται οι μετρήσεις από διάφορους παράγοντες οι οποίοι και πρέπει να αναλυθούν και να συνθέσουν μαζί με τις βασικές αρχές της Γεωδαισίας και της Φυσικής το υπόβαθρο έτσι ώστε να μπορέσουν οι μετρήσεις χωρίς ανακλαστήρα κάτω από την επιφάνεια του νερού να έχουν ικανοποιητική ακρίβεια και αξιοπιστία.

Αρχικά, στην **παράγραφο 1.2**, αναλύεται το φαινόμενο της ανάκλασης, τόσο οι βασικές αρχές της όσο και η ανακλαστικότητα των υλικών. Η ανακλαστικότητα των υλικών των στόχων από τους οποίους μετράται η απόσταση από το όργανο είναι πολύ σημαντικό να αναλυθεί, καθώς η αξιοπιστία και η ακρίβεια των μετρήσεων εξαρτάται από την ανακλαστικότητα των στόχων. Η ανακλαστικότητα καθορίζει το ποσοστό της επιστρεφόμενης ακτινοβολίας σε σχέση με την ακτινοβολία που εξέπεμψε το όργανο, καθώς όσο μεγαλύτερο είναι το ποσοστό της ακτινοβολίας που επιστρέφει, τόσο αυξάνεται η αξιοπιστία και η ακρίβεια της μετρημένης απόστασης.

Καθώς η παρούσα διπλωματική επικεντρώνεται σε μετρήσεις χωρίς ανακλαστήρα σημείων τα οποία βρίσκονται κάτω από την επιφάνεια του νερού, είναι πολύ σημαντικό να μελετηθεί το φαινόμενο της διάθλασης, καθώς και το πόσο επηρεάζει τις μετρήσεις, τόσο την αξιοπιστία τους όσο και τα σφάλματα τα οποία εισάγει. Αναλύονται στην **παράγραφο 1.3** οι βασικές αρχές της διάθλασης καθώς επίσης και το πολύ σημαντικό μέγεθος του δείκτη διάθλασης, το οποίο και καθορίζει την επίδραση της διάθλασης στις μετρήσεις, και η ακρίβειά του είναι βασικός παράγοντας έτσι ώστε να επιτευχθούν όσο το δυνατόν καλύτερες ακρίβειες στις μετρημένες αποστάσεις.

Το κεφάλαιο τελειώνει με την ανάλυση της μεθόδου μέτρησης αποστάσεων με την βοήθεια οργάνων EDM χωρίς την χρήση ανακλαστήρα, τα οποία και δίνουν την δυνατότητα για ανάπτυξη τέτοιου είδους μεθοδολογιών. Επιγραμματικά, η **παράγραφος 1.4** περιλαμβάνει την ανάλυση των βασικών αρχών λειτουργίας των οργάνων EDM χωρίς ανακλαστήρα, τους παράγοντες που επηρεάζουν τις μετρήσεις των οργάνων αυτών καθώς επίσης τα βασικά χαρακτηριστικά και τις προδιαγραφές των οργάνων που χρησιμοποιήθηκαν για την διεξαγωγή της πειραματικής διαδικασίας.

1.2 Ανάκλαση

Ανάκλαση ορίζεται ως το φαινόμενο κατά το οποίο η ακτίνα φωτός προσπίπτει στην διαχωριστική επιφάνεια των δύο μέσων στα οποία διαδίδεται, σχηματίζοντας μια γωνία με την κάθετη διεύθυνση στην διαχωριστική επιφάνεια, αλλάζοντας διεύθυνση διάδοσης. Αν η διαχωριστική επιφάνεια είναι λεία τότε η ανάκλαση λέγεται κατοπτρική ανάκλαση, ενώ αν είναι ανώμαλη η επιφάνεια δημιουργείται το φαινόμενο της διάχυσης και η ανάκλαση ονομάζεται διάχυτη. Η ανάκλαση περιγράφεται από ορισμένες βασικές αρχές και νόμους.

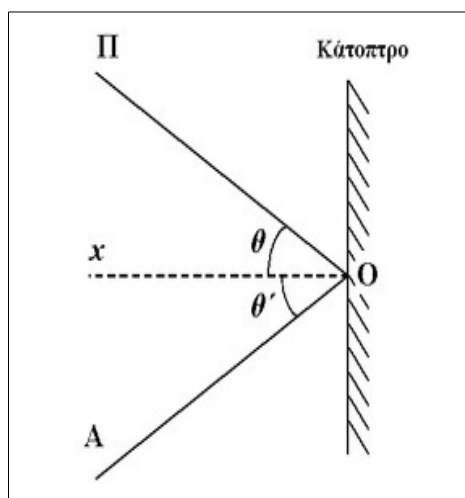
1.2.1 Βασικές αρχές ανάκλασης

Πειραματικές μελέτες για τις κατευθύνσεις των προσπιπτουσών και των ανακλώμενων ακτίνων στην διαχωριστική επιφάνεια οδηγούν στα εξής συμπεράσματα [12]:

1. Οι διευθύνσεις των προσπιπτουσών και ανακλώμενων ακτίνων, ανήκουν στο ίδιο επίπεδο στο οποίο ανήκει και η κάθετη διεύθυνση στην διαχωριστική επιφάνεια.
2. Η γωνία ανάκλασης ισούται με την γωνία πρόσπτωσης της ακτίνας για όλα τα μήκη κύματος και για οποιοδήποτε ζεύγος υλικών τα οποία έχουν κοινή διαχωριστική επιφάνεια. Ισχύει λοιπόν:

$$\theta = \theta' \quad (1.1)$$

Η παραπάνω σχέση σε συνδυασμό με την πρώτη διαπίστωση, ονομάζεται **νόμος της ανάκλασης**.



Σχήμα 1.1: Ανάκλαση σε επίπεδο κάτοπτρο

Figure 1.1: Reflection in plane mirror

Όπου θ : η γωνία πρόσπτωσης της διαδιδόμενης ακτινοβολίας
 θ' : η γωνία ανάκλασης της διαδιδόμενης ακτινοβολίας

1.2.2 Ανακλαστικότητα

Η ανακλαστικότητα ορίζεται ως η σχέση μεταξύ της έντασης της ανακλώμενης ακτινοβολίας και της έντασης της προσπίπτουσας πάνω σε μια επιφάνεια. Είναι ο λόγος της ανακλαστικότητας προς το θόρυβο, επηρεάζοντας συστηματικά την μέτρηση του μήκους. Η ανάκλαση μιας φωτεινής ακτίνας σε μια επιφάνεια παράγει ακτίνες προς διάφορες διευθύνσεις. Η ισοτροπική ανάκλαση περιγράφεται από το νόμο συνημιτόνου του Lambert ([9]).

$$I_{refl}(\lambda) = I_i(\lambda) \cdot k_d(\lambda) \cdot \cos(\theta) \quad (1.2)$$

όπου I_{refl} : η ένταση της φωτεινής ακτίνας, συνάρτηση του μήκους κύματος
 $k_d(\lambda)$: ο συντελεστής διάχυτης ανάκλασης, συνάρτηση του μήκους κύματος
 θ : η γωνία πρόσπτωσης της φωτεινής ακτίνας με το κάθετο διάνυσμα

Γενικά εξαρτάται από την κατεύθυνση τόσο της ανακλώμενης όσο και της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας, καθώς και από το μήκος κύματός της. Η ποσότητα της ακτινοβολίας που επιστρέφεται από την επιφάνεια ενός στόχου χαρακτηρίζεται ως συντελεστής ανακλαστικότητας και εκφράζεται σε ποσοστό επί της %. Η μέγιστη τιμή του συντελεστή είναι 100%.

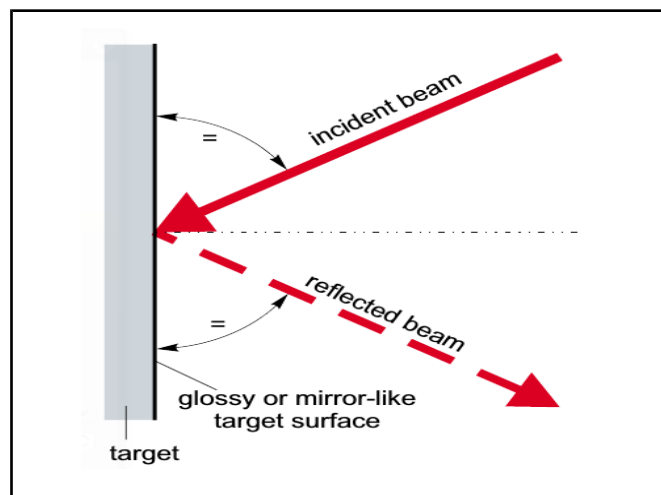
1.2.2.1 Είδη ανακλαστικότητας

- Διαχέομενη ανακλαστικότητα

Ο παλμός ανακλάται προς όλες τις διευθύνσεις σύμφωνα με τον νόμο του Lambert που ειπώθηκε παραπάνω.

- Ανακλαστικότητα λείας και στιλπνής επιφάνειας - καθρέφτη

Η γωνία ανάκλασης του παλμού είναι ίση με την γωνία πρόσπτωσής του καθώς επίσης και οι δύο παλμοί ανήκουν στο ίδιο επίπεδο με την κάθετη στο σημείο ανάκλασης.

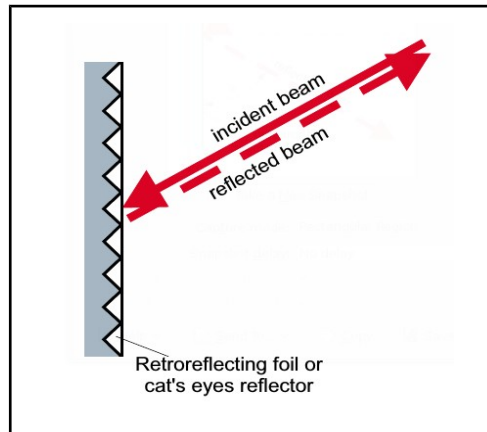


Σχήμα 1.2: Ανακλαστικότητα λείας και στιλπνής επιφάνειας – καθρέφτη

Figure 1.2: Reflectivity of smooth surface - mirror

- Αυτοανακλαστικότητα

Ο ανακλώμενος παλμός παλμός επιστρέφει στην ίδια διεύθυνση με τον παλμό που προσπίπτει σε ειδικά διαμορφωμένες επιφάνειες παρόμοιες με τους ανακλαστήρες που χρησιμοποιούνται στα EDM. Ισχύει για πολλές διαφορετικές διευθύνσεις.



Σχήμα 1.3: Αυτοανακλαστικότητα

Figure 1.3 Self reflectivity

1.3 Διάθλαση

Διάθλαση του φωτός χαρακτηρίζεται το φαινόμενο της εκτροπής της διεύθυνσης της φωτεινής ακτίνας όταν αυτή διέρχεται από την διαχωριστική επιφάνεια δύο διαπερατών μέσων. Τα δύο αυτά μέσα συμπεριφέρονται διαφορετικά ως προς την διάδοση της φωτεινής ακτίνας, με αποτέλεσμα η ταχύτητα του φωτός στα δύο μέσα να είναι διαφορετική. Αυτή λοιπόν η διαφοροποίηση εκφράζεται με τον δείκτη διάθλασης.

Ο δείκτης διάθλασης n είναι το μέγεθος που χαρακτηρίζει την διαθλαστική συμπεριφορά κάθε μέσου. Κάθε μέσο έχει διαφορετικό δείκτη διάθλασης σε σχέση με τα υπόλοιπα.

1.3.1 Βασικές αρχές διάθλασης

Πειραματικές μελέτες για τις προσπίπτουσες και διαθλώμενες ακτίνες έχουν καταλήξει στα εξής συμπεράσματα ([12]):

1. Το επίπεδο της διάθλασης είναι κάθετο στη διαχωριστική επιφάνεια
2. Η προσπίπτουσα, η ανακλώμενη και η διαθλώμενη ακτίνα φωτός ανήκουν στο ίδιο επίπεδο κάθετο στη διαχωριστική επιφάνεια
3. Ο νόμος της διάθλασης περιλαμβάνει μια μαθηματική σχέση, η οποία περιγράφει τη σχέση μεταξύ της γωνίας πρόσπτωσης της οπτικής ακτίνας με την γωνία διάθλασης στη διαχωριστική επιφάνεια των δύο μέσων.

$$\frac{\sin(\varphi_1)}{\sin(\varphi_2)} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow$$

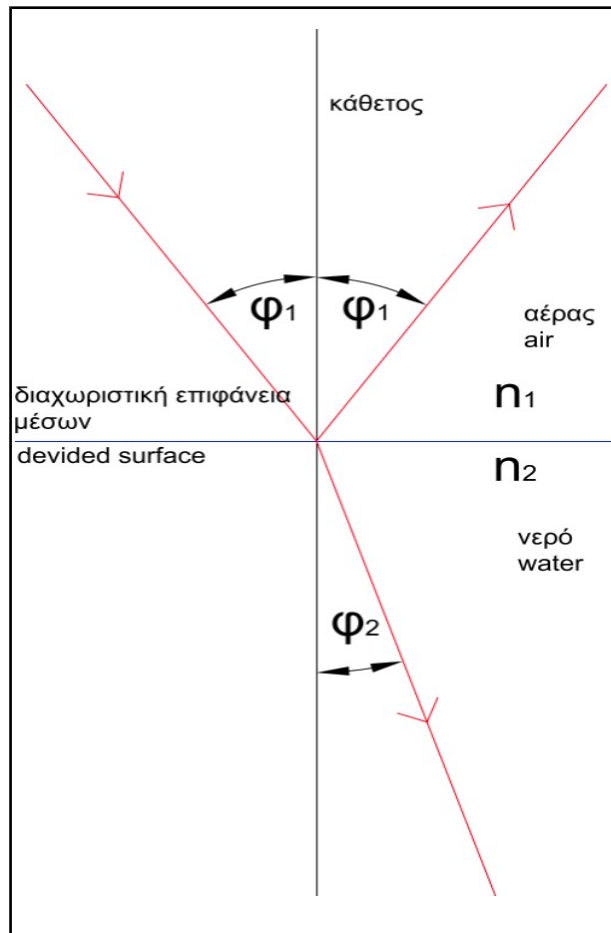
$$n_1 \cdot \sin(\varphi_1) = n_2 \cdot \sin(\varphi_2) \quad (1.3)$$

όπου n_1 : ο δείκτης διάθλασης του μέσου 1

n_2 : ο δείκτης διάθλασης του μέσου 2

φ_1 : η γωνία που σχηματίζει η οπτική ακτίνα με την διαχωριστική επιφάνεια στο μέσο 1

φ_2 : η γωνία που σχηματίζει η οπτική ακτίνα με την διαχωριστική επιφάνεια στο μέσο 2



Σχήμα 1.4: Νόμος της διάθλασης

Figure 1.4: Law of refraction

Ανάλυση εξισώσεων([12]):

Οι παραπάνω εξισώσεις φανερώνουν ότι:

- Όταν μια ακτίνα διέρχεται από ένα μέσο σε ένα άλλο με μεγαλύτερο δείκτη διάθλασης και μικρότερη ταχύτητα φωτός u τότε η γωνία διάθλασης είναι μικρότερη από τη γωνία πρόσπτωσης και η ακτίνα τείνει προς την κάθετο στην διαχωριστική επιφάνεια
- Όταν ο δείκτης διάθλασης είναι μικρότερος τότε η γωνία διάθλασης είναι μεγαλύτερη από τη γωνία πρόσπτωσης και η ακτίνα τείνει να απομακρυνθεί από την κάθετο.

1.3.2 Δείκτες διάθλασης (φάσης και ομάδας)

Ο δείκτης διάθλασης ενός μέσου, με το χαρακτηριστικό σύμβολο n , παίζει καθοριστικό ρόλο στην γεωμετρική οπτική. Είναι ένας αδιάστατος αριθμός ο οποίος δείχνει πόσο μικρότερη είναι η ταχύτητα του φωτός σε ένα μέσο σε σχέση με την ταχύτητά του στο κενό. Ο δείκτης διάθλασης δεν εξαρτάται μόνο από τη φύση του μέσου αλλά και από το μήκος κύματος του φωτός. Η εξάρτηση αυτή λέγεται **διασκεδασμός** ([12]). Είναι ο λόγος της ταχύτητας του φωτός c στο κενό προς την ταχύτητά του στο αντίστοιχο μέσο u :

$$n = \frac{c}{u} \quad (1.4)$$

όπου n : ο δείκτης διάθλασης
 u : η ταχύτητα της ακτινοβολίας στο μέσο στο οποίο διαδίδεται και
 c : η ταχύτητα της ακτινοβολίας στο κενό

Η ταχύτητα του φωτός σε ένα μέσο είναι πάντα μικρότερη από ότι στο κενό, οπότε ο δείκτης διάθλασης για οποιαδήποτε μέσο είναι πάντα μεγαλύτερος της μονάδας. Για το κενό ο δείκτης είναι ίσος με 1.

Η ακτινοβολία όπως ορίστηκε παραπάνω αφορά μονοχρωματική ακτινοβολία. Ωστόσο οι γεωδαιτικοί σταθμοί χρησιμοποιούν διαμορφωμένη ακτινοβολία. Γι' αυτό και είναι απαραίτητο να μελετηθεί ο δείκτης διάθλασης ομάδας, ο οποίος και χρησιμοποιείται για διαμορφωμένες ακτινοβολίες. Ο δείκτης διάθλασης ομάδας χρησιμοποιείται στην επεξεργασία των μετρήσεων στην διόρθωση του μετρημένου μήκους ([1]).

1.3.2.1 Δείκτης διάθλασης μονοχρωματικής ακτινοβολίας

Η ακτινοβολία που εκπέμπουν οι γεωδαιτικοί σταθμοί είναι μονοχρωματική και παρουσιάζει δείκτη διάθλασης

$$n_{\varphi} = \frac{c}{u_{\varphi}} \quad (1.5)$$

Όπου c : η ταχύτητα της ακτινοβολίας στο κενό
 u_{φ} : η ταχύτητα φάσης της ακτινοβολίας στο μέσο στο οποίο διαδίδεται και
 n_{φ} : ο δείκτης διάθλασης της ακτινοβολίας

1.3.2.2 Δείκτης διάθλασης διαμορφωμένης ακτινοβολίας

Η σχέση που μόλις διατυπώθηκε ισχύει για μονοχρωματική ακτινοβολία αλλά μη διαμορφωμένη. Ωστόσο οι γεωδαιτικοί σταθμοί χρησιμοποιούν διαμορφωμένη ακτινοβολία. Για διαμορφωμένη ακτινοβολία η ταχύτητα διάδοσης της είναι η ταχύτητα ομάδας (group velocity) u_g η οποία συνδέεται με την ταχύτητα φάσης u_{φ} με τη σχέση ([1]):

$$u_g = \lambda_{\varphi} \cdot \left(\frac{du_{\varphi}}{d\lambda} \right) \quad (1.6)$$

Σε αυτή την περίπτωση ο δείκτης διάθλασης ομάδας ([1]), πλέον, που αντιστοιχεί στην νέα ταχύτητα u_g εκφράζεται από τη σχέση:

$$n_g = n_\varphi - \lambda_\varphi \cdot \left(\frac{dn_\varphi}{d\lambda_\varphi} \right) \quad (1.7)$$

όπου: n_g : ο δείκτης διάθλασης ομάδας

λ_φ : το μήκος κύματος

$dn/d\lambda$: η χρωματική διασπορά του κύματος της ακτινοβολίας

Χρωματική διασπορά

Διασπορά στην οπτική είναι το φαινόμενο κατά το οποίο η ταχύτητα φάσης εξαρτάται από τη συχνότητα, ή αλλιώς η ταχύτητα ομάδας εξαρτάται από τη συχνότητα. Η διασπορά αυτή συνήθως λέγεται χρωματική διασπορά για να δείξει την εξάρτησή της από το μήκος κύματος, ή διασπορά ομάδας, για να υπογραμμίσει το ρόλο της ταχύτητας ομάδας.

1.4 EDM (Electronic Distance Measurement)

1.4.1 Βασική αρχή λειτουργίας

EDM (Electronic Distance Measurement)

Το EDM αποτελεί μια έμμεση μέθοδο μέτρησης αποστάσεων, επειδή η απόσταση προκύπτει από την μέτρηση άλλου μεγέθους. Τα όργανα που μετρούν αποστάσεις με EDM μετρούν με ανακλαστήρες αποστάσεις έως και 4km. Παρέχουν γρήγορα αποτελέσματα, μέχρι και σε 0.3 του δευτερολέπτου σε τάχιστο τρόπο μέτρησης.

Δεν μετρούν μόνο μία φορά την απόσταση αλλά πραγματοποιούν πολλές μετρήσεις υπολογίζοντας τον μέσο όρο τους, εμφανίζοντάς τον στην οθόνη του οργάνου.

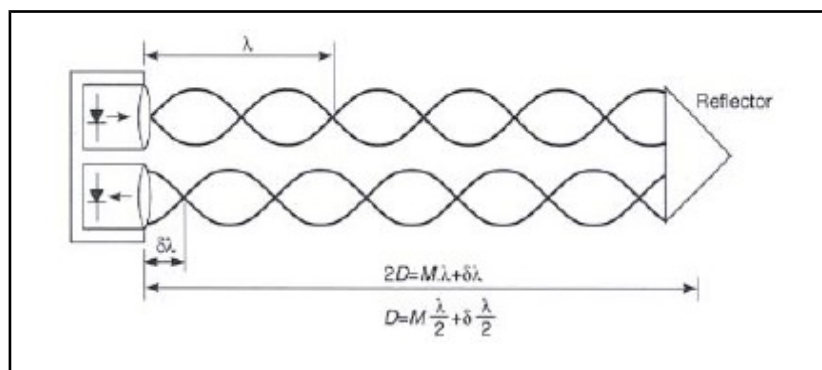
Τα τελευταία χρόνια πολλά όργανα με EDM μετρούν αποστάσεις χωρίς την χρήση ανακλαστήρων, χρησιμοποιώντας την ανακλαστική επιφάνεια ως ανακλαστήρα. Οι μέθοδοι μέτρησης είναι οι ίδιοι όπως και στις μετρήσεις με ανακλαστήρα, ωστόσο η ακτίνα λέιζερ είναι ισχυρότερη χρησιμοποιώντας μεγαλύτερη ένταση ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας και διαφορετικό μήκος κύματος. Για να θεωρηθεί αξιόπιστη η μέτρηση χρειάζεται η εκπομπή 2000 παλμών ανά δευτερόλεπτο. Η αξιοπιστία των μετρήσεων, εκτός από την ποιότητα του λέιζερ, εξαρτάται και από την ανακλαστική επιφάνεια στην οποία προσπίπτει καθώς επίσης και από τις ιδιότητες της επιφάνειας ([9]).

Η γενική αρχή μέτρησης μηκών στους σύγχρονους γεωδαιτικούς σταθμούς είναι η εκπομπή από το όργανο μιας διαμορφωμένης ακτινοβολίας που παράγεται από ένα laser που ανακλάται στο στόχο και επιστρέφει στον αισθητήρα του οργάνου. Υπάρχουν πλέον σήμερα 3 μέθοδοι υπολογισμού του μήκους:

1. Η μέθοδος της διαφοράς φάσης
2. Η μέθοδος των παλμών και
3. Η μέθοδος της ανάλυσης του συστήματος βάσης

- Μέθοδος μέτρησης της διαφοράς φάσης

Η μέθοδος στηρίζεται στην σύγκριση των διαφορών φάσης. Το όργανο στέλνει μια διαμορφωμένη οπτική δέσμη η οποία ανακλάται στην επιφάνεια σκόπευσης και στη συνέχεια επιστρέφει στο όργανο. Η διαφορά φάσης ανάμεσα στις δύο οπτικές δέσμες της προσπίπτουσας και της ανακλώμενης ανιχνεύεται από ειδικά όργανα και ουσιαστικά μεταφράζεται σε απόσταση. Η μετατόπιση αυτή της φάσης αποτελεί την πληροφορία τουλάχιστον δύο φάσεων, καθώς η ασάφεια ακέραιων κύκλων δεν καθιστά δυνατή τον απευθείας υπολογισμό της απόστασης οργάνου και στόχου. Έτσι για να επιλυθεί αυτή η ασάφεια, χρησιμοποιούνται πολλαπλές μετρήσεις ακτινοβολιών διαφορετικού μήκους κύματος, οι οποίες δίνουν έναν μοναδικό ακέραιο αριθμό κύκλων. Από την στιγμή που υπολογιστεί ο ακριβής αριθμός των ακέραιων κύκλων, είναι δυνατός πλέον ο ακριβής υπολογισμός της απόστασης.

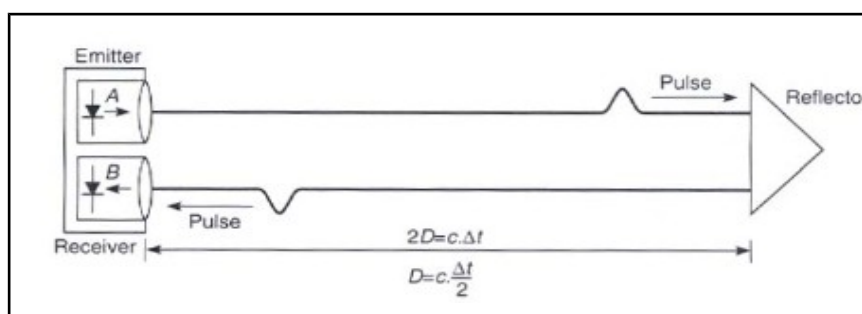


Σχήμα 1.5: Γραφική αναπαράσταση της μεθόδου διαφοράς φάσης [9]

Figure 1.5: Graphical representation of the method phase shift [9]

- Μέθοδος των παλμών

Η μέθοδος μετρά την χρονική πληροφορία που είναι απαραίτητη για τον υπολογισμό ενός εύρους μετρήσεων. Το όργανο εκπέμπει υπέρυθρους ή λέιζερ παλμούς οι οποίοι προσπίπτουν στον στόχο, ανακλώνται και επιστρέφουν στο όργανο, όπου μετράται από ειδικές συσκευές ο χρόνος “πήξης” του κάθε παλμού. Η αρκετά καλή ακρίβεια υπολογισμού της ταχύτητας του φωτός, επιτρέπει τον άμεσο προσδιορισμό της απόστασης μεταξύ οργάνου και στόχου. Η μέθοδος αυτή έχει την μεγαλύτερη εμβέλεια και μεγαλύτερη ασφάλεια ως προς τις πιθανές βλάβες που μπορεί να προκαλέσει στους οφθαλμούς. Κάθε παλμός είναι μια μέτρηση μήκους, ωστόσο η απόσταση μεταξύ οργάνου και στόχου υπολογίζεται χρησιμοποιώντας χιλιάδες παλμούς οι οποίοι αποστέλλονται μέσα σε ένα δευτερόλεπτο.



Σχήμα 1.6: Γραφική αναπαράσταση της μεθόδου των παλμών [9]

Figure 1.6: Graphical representation of the method pulse [9]

- Ανάλυση συστήματος (Τεχνολογία της Leica – System Analyser)

Η Ανάλυση συστήματος είναι μια νέα μέθοδος υπολογισμού μήκους η οποία και χρησιμοποιείται όλο και περισσότερο στους καινούριους γεωδαιτικούς σταθμούς. Επιγραμματικά παρουσιάζονται τα γενικά στοιχεία της νέας αυτής μεθόδου ([13]):

- Επιτρέπει ακριβείς μετρήσεις σε αποστάσεις μεγαλύτερες των 500 μέτρων μέσα σε λίγα δευτερόλεπτα (<12 δευτερόλεπτα)
- Επιτρέπει ταυτοποίηση πολλαπλών στόχων
- Επιτρέπει μετρήσεις αποστάσεων ανεξάρτητες από γενικές ατμοσφαιρικές επιρροές, όπως σκόνη, καπνός, βροχή ή χιονόπτωση
- Εκπέμπεται μεγάλος αριθμός υψηλών συχνοτήτων (100 Hz), για να συλλεχθεί αρκετή πληροφορία για την απόσταση, με πολύ μεγάλη ακρίβεια

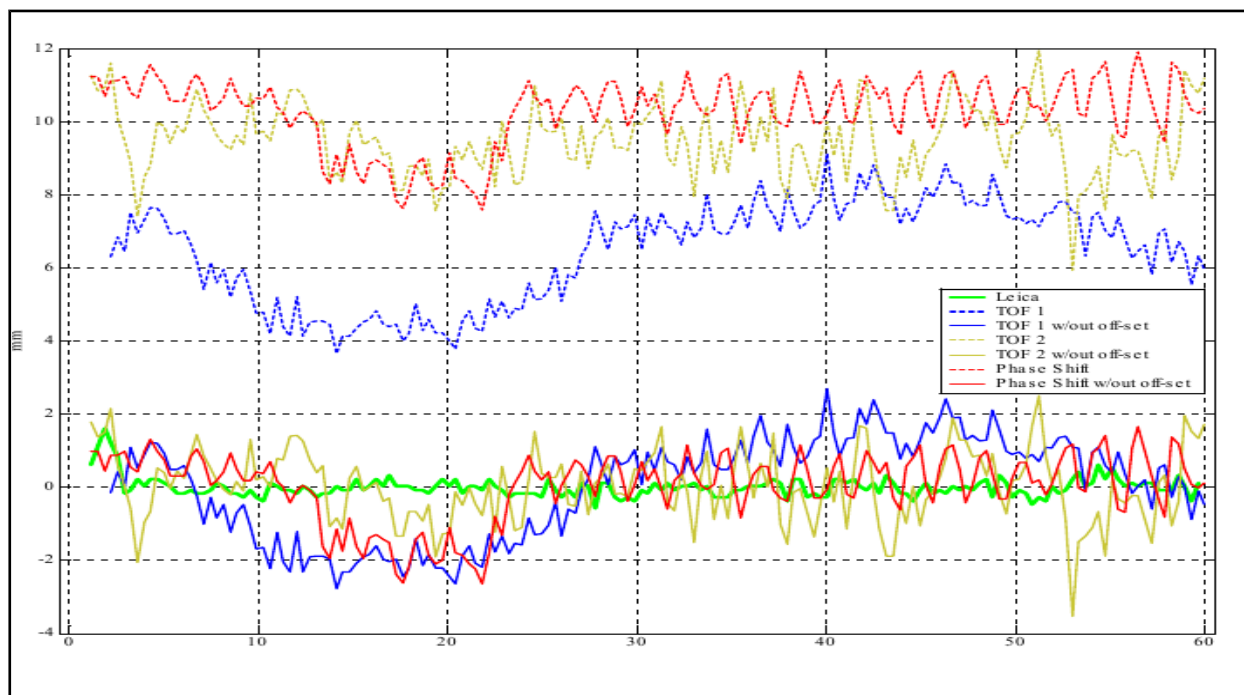
Αφού γίνει δειγματοληψία των λαμβανόμενων σημάτων, κατασκευάζεται μια συνάρτηση, η οποία είναι συγκρίσιμη με το σήμα της μεθόδου των παλμών, βασισμένη σε όλη την πληροφορία των εισερχόμενων σημάτων.

Έτσι όλη η πληροφορία μεταξύ του EDM και του στόχου περιέχεται σε ένα ήμι-συνεχές σύστημα.

Προχωρημένοι αλγόριθμοι εκτελούν την μέθοδο System Analyser για να πάρουν την συνάρτηση, το μέγιστο της οποίας είναι η ζητούμενη απόσταση.

Ο αριθμός των χρησιμοποιούμενων διαμορφωμένων συχνοτήτων, εξαρτάται από την ισχύ του λαμβανόμενου σήματος

- Σε σήματα υψηλού επιπέδου, 4 συχνότητες είναι αρκετές
- Σε σήματα χαμηλού επιπέδου εκπέμπονται και αναλύονται περίπου 10 συχνότητες.



Διάγραμμα 1.1: Σύγκριση των διαφορετικών μεθόδων μέτρησης αποστάσεων ([13])

Graph 1.1: Comparison of the different method of distance measurement ([13])

Συμπεράσματα

Η μέθοδος System Analyser είναι ανώτερη από τις άλλες μεθόδους καθώς:

1. Μπορεί να μετρήσει με ακρίβεια αποστάσεις με 4 έως 6 φορές πιο αδύνατο σήμα από ότι με την συμβατική μέθοδο φάσης. Μετρά αποστάσεις μεγαλύτερες από 650 μέτρα σε μέγιστο χρόνο 12 δευτερόλεπτα
2. Έχουν πραγματοποιηθεί νέες έρευνες για την βελτίωση του προσεγγιστικού μοντέλου της μέγιστης πιθανοφάνειας, για να μετρώνται αποστάσεις μεγαλύτερες του 1 km σε φωτεινούς, διάχυτους στόχους

1.4.2 Αξιολόγηση μέτρησης απόστασης χωρίς ανακλαστήρα

Η δυνατότητα μέτρησης αποστάσεων από τους σύγχρονους γεωδαιτικούς σταθμούς έχει όπως όλες οι μέθοδοι και εφαρμογές τόσο πλεονεκτήματα όσο και μειονεκτήματα ([15]).

Πλεονεκτήματα μέτρησης απόστασης χωρίς την χρήση ανακλαστήρα

1. Μέτρηση απρόσιτων σημείων
2. Μικρή διάρκεια των μετρήσεων
3. Αξιοπιστία και ακρίβεια μετρήσεων σχεδόν εφάμιλλη με τις μετρήσεις με ανακλαστήρα
4. Μέτρηση σημείων σε μνημεία και χώρους οι οποίοι προστατεύονται χωρίς να τίθεται ζήτημα φθορών
5. Μέτρηση σημείων τα οποία είναι δυσπρόσιτα
6. Δεν απαιτείται χρήση ανακλαστήρα

Μειονεκτήματα μέτρησης απόστασης χωρίς χρήση ανακλαστήρα

1. Μικρότερη εμβέλεια μέτρησης αποστάσεων, συνήθως μέχρι 400 μέτρα
2. Ακριβότερη η αγορά οργάνων με δυνατότητα μέτρησης χωρίς ανακλαστήρα
3. Η εμβέλεια και η ακρίβεια των μετρήσεων εξαρτώνται από την επιφάνεια (υλικό, χρώμα) στην οποία πραγματοποιείται η μέτρηση, καθώς επίσης και από τη γωνία πρόσπτωσης και τις συνθήκες του περιβάλλοντος

Ανοχή λείζερ οργάνου EDM χωρίς ανακλαστήρα

Αποτελέσματα μελετών ([6] , [7] , [14])

- Οι μετρήσεις χωρίς ανακλαστήρα, σύμφωνα με τις προδιαγραφές τους, σε ιδανικές περιπτώσεις πρέπει να διαφέρουν από τις πραγματικές αποστάσεις κατά μια συγκεκριμένη σταθερά, η οποία πρέπει να αντιπροσωπεύει τη σταθερά του κάθε στόχου
- Η σχέση των διαφόρων παρατηρούμενων αποστάσεων από τις πραγματικές, και ως πραγματικές θεωρούνται οι αποστάσεις που μετρήθηκαν με την βοήθεια πρίσματος, αποκλίνουν από το ιδεατό πρότυπο. Ωστόσο έχει παρατηρηθεί ότι οι καμπύλες για υλικά τα οποία βρίσκονται στην ίδια κατηγορία, είναι όμοιες, μετατοπισμένες κατά μήκος του άξονα y, ο οποίος αντιπροσωπεύει τις διαφορές στις μετρήσεις μεταξύ της συμβατικής και τις μετρήσεις χωρίς ανακλαστήρα. Το γεγονός αυτό ωστόσο είναι λίγο πολύ αναμενόμενο καθώς αυτές οι αλλαγές οφείλονται στις διαφοροποιήσεις της σταθεράς ανάκλασης από υλικό σε υλικό. Το εύρος αυτών των διαφορών είναι μικρό, σε περιπτώσεις υλικών που παρουσιάζουν ομοιότητες στην υφή

- Το μήκος των μετρήσεων χωρίς τη χρήση ανακλαστήρα εξαρτάται από το χρώμα των στόχων στους οποίους προσπίπτει η ακτινοβολία

Οι μελέτες έδειξαν επίσης ότι:

- Οι διακυμάνσεις που υπάρχουν μεταξύ των δύο βασικών μεθόδων μέτρησης αποστάσεων είναι μέγιστες σε αποστάσεις μικρότερες ή ίσες των 20 μέτρων και μικρότερες σε μεγαλύτερες αποστάσεις
- Ακολουθούν συγκεκριμένο πρότυπο
- Υπάρχουν μεγάλες αλλαγές στις μέγιστες αποστάσεις για τους διάφορους στόχους που μετρούνται, δεδομένου ότι το φως και το χρώμα επηρεάζουν σημαντικά τις μετρήσεις χωρίς ανακλαστήρα

καταλήγοντας στα εξής συμπεράσματα ([14]):

- Οι μετρήσεις χωρίς ανακλαστήρα χαρακτηρίζονται από σφάλματα, που εξαρτώνται σημαντικά από την απόσταση της μέτρησης
- Σε ιδανικές περιπτώσεις, όπου οι επιφάνειες είναι επίπεδες και οι γωνίες πρόσπτωσης κοντά στο μηδέν, οι μετρήσεις χωρίς ανακλαστήρα, μπορούν να παρέχουν ακρίβειες που πλησιάζουν αυτές των προδιαγραφών, ωστόσο σε εργασίες πεδίου, τέτοιου είδους συνθήκες δεν υπάρχουν, οπότε έχουμε παρουσία μεγαλύτερων σφαλμάτων αλλά και μείωση στην μέγιστη δυνατή απόσταση μέτρησης του οργάνου

Αξιοπιστία μέτρησης απόστασης χωρίς την χρήση ανακλαστήρα

Η ακρίβεια των μετρήσεων χωρίς ανακλαστήρα είναι υπό συζήτηση εξαιτίας των πολλών παραμέτρων που μπορούν να επηρεάσουν τις μετρήσεις αυτές, μερικές από τις οποίες δεν είναι εύκολα προσδιορίσιμες. Αυτές οι παράμετροι είναι οι ακόλουθες ([6]):

- Το μήκος της απόστασης που μετράται
- Τα χαρακτηριστικά της επιφάνειας του στόχου, όπως υφή και χρώμα
- Η ανακλαστικότητα της επιφάνειας
- Ο φωτισμός της επιφάνειας
- Η γωνία πρόσπτωσης του παλμού στην επιφάνεια
- Το μέγεθος και το σχήμα του αποτυπώματος της ακτίνας λέιζερ
- Η κατηγορία λέιζερ της φωτεινής ακτίνας
- Η μέθοδος μέτρησης της απόστασης (time of flight, phase shift, system analyser)

Από πειραματικές εφαρμογές προκύπτουν τα εξής αποτελέσματα:

- Οι σύγχρονοι γεωδαιτικοί σταθμοί είναι αρκετά ακριβείς σε μετρήσεις χωρίς ανακλαστήρα
- Οι μετρήσεις που γίνονται σε κάθετες στην ακτίνα λέιζερ επιφάνειες έχουν τις μικρότερες αποκλίσεις από τις πρότυπες μετρήσεις (μετρήσεις με ανακλαστήρα)
- Γενικά οι σκουρόχρωμες επιφάνειες έχουν μεγαλύτερες αποκλίσεις στις μετρήσεις χωρίς ανακλαστήρα
- Η γωνία πρόσπτωσης επηρεάζει σημαντικά την ακρίβεια των μετρήσεων. Πιο συγκεκριμένα, όσο η γωνία πρόσπτωσης αυξάνεται, τόσο οι αποκλίσεις από τις πρότυπες μετρήσεις αυξάνονται.

- Η πλειονότητα των μετρήσεων χωρίς ανακλαστήρα είναι μικρότερες από τις αληθείς τιμές

1.4.3 Όργανα και τεχνικά χαρακτηριστικά

Παράγοντες που επιδρούν στην ανακλαστικότητα του στόχου και στις μετρήσεις των οργάνων

Υπάρχουν πολλοί παράγοντες που επηρεάζουν την ανακλαστικότητα μιας επιφάνειας και επομένως τις μετρήσεις των οργάνων. Η μελέτη τους και η ανάλυση της επίδρασής τους είναι επιβεβλημένη καθώς πειραματικές εφαρμογές έχουν δείξει ότι η ανακλαστικότητα των επιφανειών επιδρά στις μετρήσεις και παράγει σφάλματα της τάξης του 1cm. Η λειτουργία των γεωδαιτικών σταθμών με τεχνολογία μέτρησης χωρίς ανακλαστήρα (reflectorless) επηρεάζεται από ([9],[10]) :

- την απόσταση

Η απόσταση μεταξύ οργάνου και στόχου είναι δυνατόν να υπολογιστεί από το όργανο εφόσον μια ικανή και επαρκής ποσότητα ενέργειας της ακτινοβολίας ανακλάται και επιστρέφει στο όργανο έτσι ώστε να καταγραφεί από τον ανιχνευτή του οργάνου. Το ηλεκτρικό σήμα που παράγεται από τον ανιχνευτή πρέπει να είναι μεγαλύτερης έντασης από ένα προκαθορισμένο όριο για να μπορέσει να υπολογιστεί με ασφάλεια και αξιοπιστία ο χρόνος που ταξιδεύει ο παλμός μέχρι να επιστρέψει

- τις ατμοσφαιρικές συνθήκες

Η διάδοση της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας που εκπέμπει το όργανο επηρεάζεται άμεσα από την ύπαρξη και τη σύσταση της ατμόσφαιρας. Η διάδοση μέσω της ατμόσφαιρας οδηγεί στην μείωση της ενέργειας της ακτινοβολίας και στην εξάλειψη ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων. Τα στοιχεία της ατμόσφαιρας τα οποία είναι ικανά να επηρεάσουν την διάδοση των κυμάτων είναι:

- ✓ Θερμοκρασία
- ✓ Ατμοσφαιρική πίεση
- ✓ Σταγονίδια (Βροχή, υγροποίηση)
- ✓ Σωματίδια (σκόνη κ.ά.)
- ✓ Αερόλύματα

Η επίδραση της ατμόσφαιρας οδηγεί στην διασπορά και στην απορρόφηση της ακτινοβολίας. Η απορρόφηση προκαλείται από την ύπαρξη υδρατμών, του διοξειδίου του άνθρακα και του όζοντος. Η δυσκολία στην μελέτη τόσο της ποιοτικής όσο και της ποσοτικής επίδρασης της ατμόσφαιρας οφείλεται στο γεγονός ότι η ατμόσφαιρα δεν είναι ομογενές και ισότροπο μέσο γι' αυτό και η προσομοίωσή της γίνεται με μαθηματικά μοντέλα τα οποία και σκοπεύουν στην όσο το δυνατόν καλύτερη προσέγγισή της. Ένα μοντέλο ατμόσφαιρας το οποίο χρησιμοποιείται στην γεωδαισία και λαμβάνει υπόψη του τους παραπάνω παράγοντες, ονομάζεται Ατμόσφαιρα Αναφοράς. Μεγάλες επιδράσεις παρατηρούνται όπως είναι λογικό στις μετρήσεις μεγάλων αποστάσεων. Σε μετρήσεις μικρών αποστάσεων οι επιδράσεις περιορίζονται και είναι μικρής τάξης μεγέθους.

- τους νόμους ανάκλασης και διάθλασης

- τις ιδιότητες της επιφάνειας

Η στόχευση σε επιφάνειες που αποτελούνται από διαφορετικά υλικά ή υλικά διαφορετικού χρώματος ή σε επιφάνειες με επικαλύψεις υλικών παρουσιάζουν σημαντικά σφάλματα. Επίσης σημαντικό στοιχείο αποτελεί και η πυκνότητα των πτυχώσεων της επιφάνειας καθώς σε άλλα μήκη κύματος παρουσιάζεται ανώμαλη ενώ σε άλλα εξομαλυνμένη.

- το μέγεθος και ο τύπος των στόχων

Πειραματικές εφαρμογές έχουν δείξει ότι τα αποτελέσματα στις μετρήσεις αποστάσεων εμφανίζουν

σημαντικές διαφοροποιήσεις για διάφορους τύπους στόχων, μικρούς, γραμμικούς, εκτεταμένους ή ογκώδεις στόχους.

- η γωνία πρόσπτωσης του παλμού

Η γωνία πρόσπτωσης της ακτινοβολίας παίζει πολύ σημαντικό ρόλο στην ποσότητα της ανακλώμενης ακτινοβολίας σε συνάρτηση βέβαια και με το υλικό από το οποίο αποτελείται η επιφάνεια.

- το χρώμα

Πειραματικές εφαρμογές έχουν δείξει ότι οι άσπρες και γενικά οι ανοιχτόχρωμες επιφάνειες εμφανίζουν μεγαλύτερης έντασης ανακλαστικότητα σε σχέση με τις σκουρόχρωμες ή μαύρες επιφάνειες. Ακόμη, τα φασματικά χαρακτηριστικά της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας επηρεάζουν την ανακλαστικότητα των χρωματισμένων επιφανειών. Οι επιφάνειες με λαμπερά χρώματα έχει παρατηρηθεί ότι δεν έχουν μεγάλη ανακλαστικότητα.

- Το υλικό

Τα φυσικά και γεωμετρικά χαρακτηριστικά των υλικών από τα οποία αποτελούνται οι επιφάνειες που σκοπεύονται επηρεάζουν την ένταση της ανακλώμενης ακτινοβολίας. Τα φυσικά χαρακτηριστικά είναι η ηλεκτρική αγωγιμότητα και η μαγνητική διαπερατότητα των υλικών και το γεωμετρικό χαρακτηριστικό είναι η τραχύτητα της επιφάνειας. Ακόμη σε ορισμένα υλικά, όπως μη ομογενή, ο παλμός εισχωρεί, διαθλάται και ανακλάται μέσα σε αυτό, πράγμα που εισάγει στις μετρήσεις συστηματικό σφάλμα.

Προδιαγραφές Οργάνων

Τα όργανα τα οποία χρησιμοποιήθηκαν για τις μετρήσεις του πειράματος είναι τα εξής δύο:

1. **Leica TCRM 1201+**
2. **Leica TM30**

Τα συγκεκριμένα όργανα είναι γεωδαιτικοί σταθμοί (total stations) οι οποίοι έχουν την δυνατότητα να μετρούν γωνίες και αποστάσεις τόσο με την βοήθεια ανακλαστήρα όσο και χωρίς την ύπαρξή του, με χρήση ισχυρότερου λέιζερ κατά την μέτρηση. Η ικανότητά τους αυτή και το κατά πόσο οι μετρήσεις χωρίς ανακλαστήρα σημείων που βρίσκονται κάτω από την επιφάνεια του νερού είναι αξιόπιστες και ακριβείς αποτελεί και το αντικείμενο μελέτης. Αναλυτικά τα δύο όργανα παρουσιάζουν συγκεκριμένες προδιαγραφές όπως αυτές καταγράφονται στα έντυπα τεχνικών χαρακτηριστικών των οργάνων που εξέδωσαν οι κατασκευαστές. Και τα δύο όργανα είναι πολύ ακριβή και χρησιμοποιούνται μέχρι και σε εφαρμογές βιομηχανικής γεωδαισίας, ιδίως το TM30. Οι προδιαγραφές των οργάνων περιγράφονται αναλυτικά στα ηλεκτρονικά έντυπα της Leica με τα τεχνικά χαρακτηριστικά των οργάνων.

1. **Leica TCRM 1201+**

Τα τεχνικά χαρακτηριστικά του οργάνου αυτού περιγράφονται αναλυτικά στο έντυπο του κατασκευαστή και εδώ παρουσιάζονται συνοπτικά οι προδιαγραφές του. Το όργανο αυτό έχει ακτίνα λέιζερ με μήκος κύματος 660nm. Έχει την ίδια ακρίβεια σε οριζόντιες και κατακόρυφες γωνίες, ανεξάρτητα από τον τρόπο μέτρησης (με ή χωρίς ανακλαστήρα). Στις αποστάσεις οι μετρήσεις γίνονται είτε με ανακλαστήρα είτε χωρίς χρησιμοποιώντας κάθε φορά διαφορετικό μετρητικό σύστημα, την διαφορά φάσης και την ανάλυση συστήματος (System Analyzer basis) αντίστοιχα. Οι ακρίβειες του οργάνου είναι οι εξής:

- **Μέτρηση γωνιών**

Η ακρίβεια μέτρησης του οργάνου είναι της τάξης του 1" ή των 3^{cc}

- **Μέτρηση απόστασης με τη χρήση ανακλαστήρα**

Η ακρίβεια μέτρησης απόστασης με IR Mode είναι της τάξης του 1mm±1.5ppm με μετρητικό σύστημα τη διαφορά φάσης.

- **Μέτρηση απόστασης χωρίς τη χρήση ανακλαστήρα**

Η ακρίβεια μέτρησης απόστασης με RL Mode είναι 2mm±2ppm με μετρητικό σύστημα την ανάλυση συστήματος (System Analyser).

2. Leica TM30

Το TM30 μετρά με ακτίνα λέιζερ μήκους κύματος 658nm. Έχει διαφορετική ακρίβεια μέτρησης οριζόντιας και κατακόρυφης γωνίας. Στις μετρήσεις αποστάσεων είτε πραγματοποιούνται με είτε χωρίς ανακλαστήρα, το μετρητικό σύστημα είναι η ανάλυση συστήματος (System Analyser). Αναλυτικά οι ακρίβειες του οργάνου είναι:

- **Μέτρηση γωνιών**

Η ακρίβεια μέτρησης οριζόντιων γωνιών είναι της τάξης των 0,5" ή των 1.5^{cc} ενώ η ακρίβεια για τις κατακόρυφες γωνίες είναι 1" ή 3^{cc}.

- **Μέτρηση απόστασης με ανακλαστήρα**

Η ακρίβεια στο IR Mode είναι 1mm±1ppm

- **Μέτρηση απόστασης χωρίς ανακλαστήρα**

Η ακρίβεια μέτρησης χωρίς ανακλαστήρα (LR Mode) είναι της τάξης των 2mm±2ppm

Συνοπτικά οι προδιαγραφές των οργάνων συγκεντρώνονται στον παρακάτω πίνακα:

Όργανα	Ακρίβεια οριζόντιας γωνίας (σε cc)	Ακρίβεια κατακόρυφης γωνίας (σε cc)	Τρόπος μέτρησης μήκους	Ακρίβεια απόστασης (σε mm)
Leica TCRM 1201+	3	3	IR	1
			RL	2
Leica TM30	1.5	3	IR	1
			RL	2

Πίνακας 1.1: Αβεβαιότητες των δύο οργάνων του πειράματος
Table 1.1: Accuracy of the experiment's instruments

Κεφάλαιο II

Μετρήσεις κάτω από την επιφάνεια του νερού

2.1 Εισαγωγή

Μετά την ανάπτυξη του θεωρητικού μέρους στο οποίο βασίζεται η παρούσα διπλωματική εργασία, ακολουθεί η ανάπτυξη της μεθοδολογίας η οποία προτείνεται στην εργασία αυτή. Λαμβάνοντας υπόψη τις παραμέτρους που επηρεάζουν τις μετρήσεις χωρίς ανακλαστήρα αλλά και τους νόμους της Φυσικής και της Γεωδαισίας, επιχειρείται να αναπτυχθεί θεωρητικά μια μεθοδολογία, η οποία βασίζεται σε μια σειρά από εξισώσεις οι οποίες διορθώνουν τις μετρήσεις γωνιών και αποστάσεων και τελικά τις συντεταγμένες σημείων που βρίσκονται κάτω από την επιφάνεια του νερού, καθώς επίσης και την ακρίβεια και αξιοπιστία των μετρήσεων και των τελικών συντεταγμένων.

Η μεθοδολογία που αναπτύσσεται αποτελείται από τρία επιμέρους στάδια (παράγραφος 2.2).

Στο πρώτο στάδιο αναλύεται η διαδικασία από την στιγμή που η ακτίνα λέιζερ φεύγει από το όργανο μέχρι αυτή να διαπεράσει την επιφάνεια του νερού. Εδώ εμπλέκονται η κατακόρυφη γωνία, η γωνία πρόσπτωσης της ακτίνας στην διαχωριστική επιφάνεια των δύο μέσων και ο δείκτης διάθλασης στον αέρα (εξίσωση 2.1).

Το δεύτερο στάδιο αφορά στην πορεία της ακτινοβολίας μέσα στο νερό μέχρι την ανάκλασή της στο στόχο και αντιστρόφως (εξισώσεις 2.2-2.13). Στην ανάλυση δίνεται ιδιαίτερη σημασία στο δείκτη διάθλασης του νερού, ο οποίος διαφοροποιείται ως προς τον υπολογισμό του καθώς στους υπολογισμούς των μηκών χρησιμοποιείται ο δείκτης διάθλασης ομάδας, καθώς η ακτινοβολία είναι διαμορφωμένη.

Το τρίτο στάδιο αφορά στον υπολογισμό των συντεταγμένων των σημείων (εξισώσεις 2.14-2.17), καθώς και της ακρίβειας υπολογισμού τους, έχοντας πλέον τα απαραίτητα μεγέθη από τα προηγούμενα στάδια.

Στο τελευταίο μέρος αυτού του κεφαλαίου αναπτύσσεται το πείραμα το οποίο διεξήχθη (παράγραφος 2.3), όλες οι μετρήσεις οι οποίες πραγματοποιήθηκαν, τα συστήματα τα οποία ιδρύθηκαν έτσι ώστε να μπορέσει το πείραμα να προσομοιάσει όσο το δυνατόν καλύτερα την μεθοδολογία την οποία καλείται να αξιολογήσει. Η ιδέα της μεθοδολογίας έχει διατυπωθεί σε εργασία (paper) ([4]) όπως και είχαν πραγματοποιηθεί και κάποιες πρωταρχικές μετρήσεις, ωστόσο η παρούσα διπλωματική διερευνά τη μεθοδολογία και την πάει ένα βήμα παραπέρα, καθώς επιχειρεί να προσθέσει στοιχεία και να βγάλει σημαντικά συμπεράσματα για τα αποτελέσματά της.

2.2 Προτεινόμενη μέθοδος

Η μέθοδος η οποία προτείνεται παρακάτω έχει σαν σκοπό την εύρεση τρόπων μέτρησης σημείων από γεωδαιτικούς σταθμούς χωρίς την χρήση ανακλαστήρων, τα οποία βρίσκονται κάτω από την επιφάνεια του νερού. Στις μετρήσεις αυτές εμπλέκονται πολλοί παράγοντες και την επίδραση αυτών των παραγόντων προσπαθεί να λάβει υπόψη της η μέθοδος που προτείνεται έτσι ώστε να καταστήσει τόσο δυνατή όσο και αξιόπιστη την μέτρηση σημείων κάτω από το νερό.

Πιο συγκεκριμένα, σκοπός της μεθοδολογίας είναι να ερευνηθεί:

- την πιθανότητα προσδιορισμού της θέσης σημείων με μετρήσεις που θα γίνουν από γεωδαιτικούς σταθμούς που έχουν την δυνατότητα μέτρησης χωρίς ανακλαστήρα

- τις διορθώσεις που πρέπει να γίνουν στις μετρήσεις λόγω των διαφόρων επιδράσεων και
- την ακρίβεια και την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων

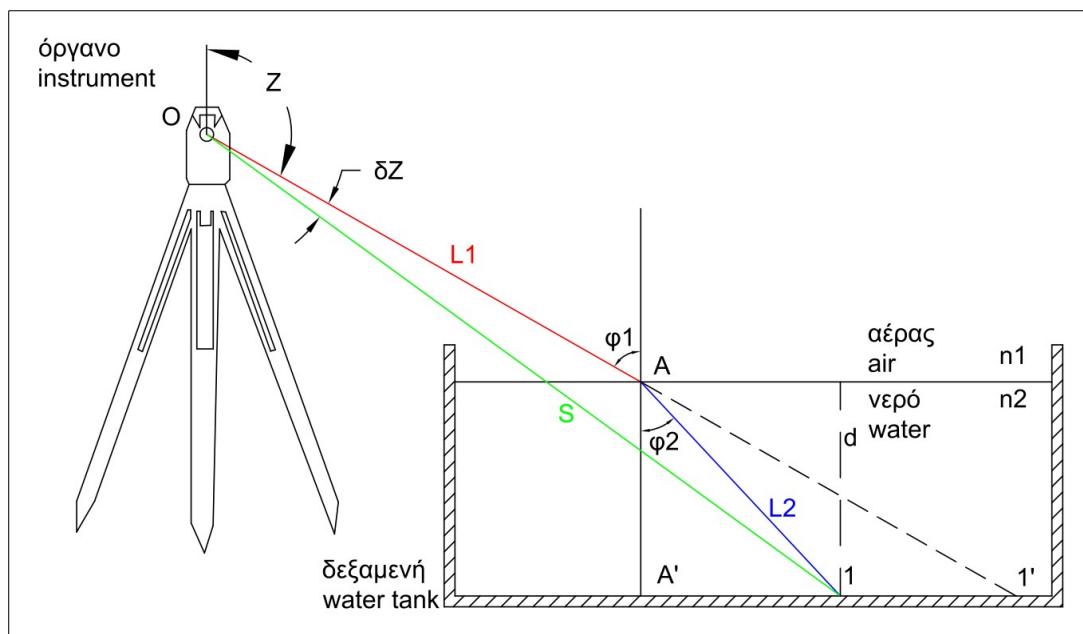
Η μεθοδολογία που αναπτύσσεται παρακάτω λαμβάνει υπόψη της τους νόμους και τις επιδράσεις της διάθλασης, η οποία προκαλεί εκτροπή της ακτίνας λέιζερ όταν αυτή εισέρχεται στο νερό, αποτέλεσμα της μείωσης της ταχύτητάς της μέσα στο νερό σε σχέση με την ταχύτητα που είχε στον αέρα, και τους βασικούς νόμους των μαθηματικών και των θεμελιωδών προβλημάτων της Γεωδαισίας.

Μεθοδολογία

Έστω ότι το σημείο στο οποίο είναι στημένο το όργανο είναι το σημείο O και 1 ένα σημείο το οποίο πρόκειται να σκοπευθεί. Όταν η δεξαμενή είναι άδεια, σκοπεύοντας το σημείο 1 η ακτίνα λέιζερ ακολουθεί τη διαδρομή (O1) χωρίς να εκτρέπεται από την πορεία της και έτσι μετράται το μήκος S το οποίο είναι ίσο με (O1). Καθώς η δεξαμενή γεμίζει με νερό, η ακτίνα του φωτός εκτρέπεται, ή πιο σωστά διαθλάται και ακολουθεί διαφορετική διαδρομή, την (OA1), η οποία προφανώς είναι μεγαλύτερη από την διαδρομή (O1). (Σχήμα 2.1). Αυτό συμβαίνει επειδή επιδρά το φαινόμενο της διάθλασης, καθώς η ακτίνα λέιζερ περνά από ένα μέσο (αέρα) σε ένα άλλο (νερό) με διαφορετικό δείκτη διάθλασης αναπτύσσοντας διαφορετική ταχύτητα, μικρότερη από ότι στον αέρα. Από το παρακάτω σχήμα φαίνεται ότι η γωνία με την οποία προσπίπτει η ακτίνα λέιζερ στην διαχωριστική επιφάνεια των δύο μέσων, υπολογίζεται με βάση την μετρημένη κατακόρυφη γωνία σκοπεύοντας το σημείο. Έτσι ισχύει ότι:

$$\varphi_1 = 200^g - z^g \quad (2.1)$$

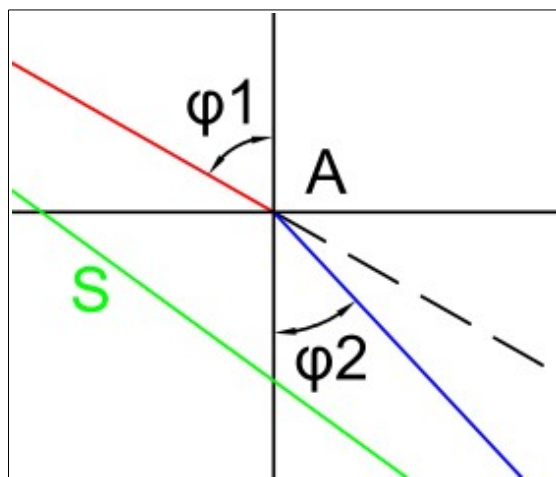
όπου φ_1 : η γωνία πρόσπτωσης της ακτίνας λέιζερ στην διαχωριστική επιφάνεια
 z : η κατακόρυφη γωνία που μετρήθηκε σκοπεύοντας το σημείο 1



Σχήμα 2.1: Μέτρηση σημείου στο πυθμένα της δεξαμενής

Figure 2.1: Measurement of a point to the bottom of the water tank

Στην συνέχεια εφαρμόζοντας το Νόμο του Snell για τις ακτίνες λέιζερ όπως φαίνεται στο σχήμα 2.2 έχουμε:



Σχήμα 2.2: Εκτροπή της ακτίνας φωτός καθώς εισέρχεται στο νερό

Figure 2.2: Deflection of the beam of light as it enters the water

$$n_{\varphi_1} \cdot \sin(\varphi_1) = n_{\varphi_2} \cdot \sin(\varphi_2) \quad (2.2)$$

όπου n_{φ_1} : ο δείκτης διάθλασης φάσης του πρώτου μέσου (αέρας)
 n_{φ_2} : ο δείκτης διάθλασης φάσης του δεύτερου μέσου (νερό)
 φ_1 : η γωνία πρόσπτωσης της ακτίνας λέιζερ
 φ_2 : η γωνία διάθλασης της ακτίνας λέιζερ

Με βάσει τις παραμέτρους του περιβάλλοντος του αέρα και του νερού (θερμοκρασία και πίεση), υπολογίζονται οι δείκτες διάθλασης φάσης n_{φ_1} και n_{φ_2} . Έτσι η γωνία διάθλασης φ_2 υπολογίζεται ως εξής:

$$\varphi_2 = \arcsin \left[\frac{n_{\varphi_1} \cdot \sin(\varphi_1)}{n_{\varphi_2}} \right] \quad (2.3)$$

Η μεθοδολογία που προτείνεται αφορά τις διορθώσεις των μετρημένων αποστάσεων και χωρίζεται σε τρία στάδια.

Πρώτο Στάδιο

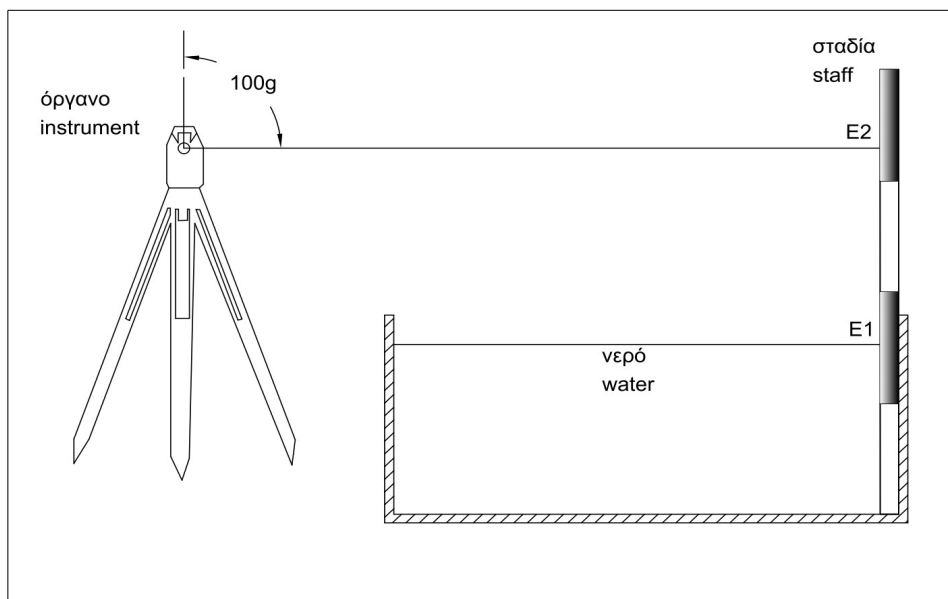
Το πρώτο στάδιο αφορά στην πορεία της ακτίνας λέιζερ μέχρι αυτή να συναντήσει την επιφάνεια του νερού. Η ακτίνα όπως φαίνεται στα σχήματα 2.1 και 2.2, έχει διανύσει απόσταση L_1 , ήδη διορθωμένη λόγω της διαμορφωμένης ακτινοβολίας μέσα από το όργανο, η οποία υπολογίζεται από τον τύπο:

$$L_1 = \frac{\Delta h}{\cos(\varphi_1)} \quad (2.4)$$

όπου Δh : η υψομετρική διαφορά μεταξύ του σκοπευτικού άξονα του οργάνου (σημείο O) και της επιφάνειας του νερού

Η υψομετρική διαφορά έχει συγκεκριμένο τρόπο υπολογισμού. Βυθίζεται μια σταδία στο νερό και τοποθετείται κατακόρυφα με την βοήθεια της αεροστάθμης και διαβάζεται η ανάγνωσή της στην επιφάνεια του νερού, αφού το νερό έχει ηρεμήσει. Έπειτα ρυθμίζεται το όργανο να σκοπεύει τη σταδία με κατακόρυφη γωνία ίση με 100 grad και 300 grad (οριζόντια θέση), και υπολογίστηκε ο μέσος όρος των ενδείξεων της σταδίας προσδιορίζοντας την ανάγνωση του σκοπευτικού άξονα του οργάνου, έτσι ώστε να μπορεί να υπολογιστεί η υψομετρική διαφορά μεταξύ της επιφάνειας του νερού και του σκοπευτικού άξονα του οργάνου. Επομένως η υψομετρική αυτή διαφορά Δh υπολογίστηκε αφαιρώντας τις αναγνώσεις στη σταδία.

$$\Delta h = E_2 - E_1 \quad (2.5)$$



Σχήμα 2.3: Ανάγνωση της σταδίας για τον υπολογισμό της υψομετρικής διαφοράς

Figure 2.3: Read of the staff for calculating the height difference

Δεύτερο Στάδιο

Το δεύτερο μέρος ξεκινά από την στιγμή που η ακτίνα λέιζερ εισέλθει στο νερό. Η ταχύτητα της ακτίνας είναι πλέον μικρότερη και εκτρέπεται σχηματίζοντας γωνία ϕ_2 με την κάθετη διεύθυνση, η οποία είναι μικρότερη από την γωνία πρόσπτωσης της ακτίνας στο νερό, ϕ_1 . Η απόσταση $L_2 = (OA)$ μετρήθηκε από το όργανο ως απόσταση L_2' , διαφορετική από την L_2 , καθώς υπολογίζεται η απόσταση από το όργανο χωρίς να λαμβάνει υπόψη του την διαφοροποίηση της ταχύτητας της ακτίνας λέιζερ στο νερό. Επομένως αν ο χρόνος που ταξιδεύει η ακτίνα στο νερό είναι dt , η απόσταση που μετρήθηκε από το όργανο είναι ίση με:

$$L_2' = u \cdot \left(\frac{dt}{2} \right) \quad (2.6)$$

όπου u : η ταχύτητα της ακτινοβολίας που χρησιμοποιείται από το όργανο

L_2' : η απόσταση μέσα στο νερό που μετρήθηκε από το όργανο

Η πραγματική ταχύτητα της ακτινοβολίας στο νερό είναι μικρότερη από την ταχύτητα u , $u_{H_2O} < u$, και η πραγματική απόσταση στο νερό L_2 είναι:

$$L_2 = u_{(H_2O)} \cdot \left(\frac{dt}{2} \right) \quad (2.7)$$

Διαιρώντας τις δύο σχέσεις (5) και (6), προκύπτει ότι:

$$\frac{L_2}{L_2'} = \frac{u_{H_2O}}{u}$$

Άρα έχουμε ότι:

$$L_2 = \frac{L_2'}{n_{g2}} \quad (2.8)$$

Το συνολικό μήκος που μετρήθηκε από το όργανο ορίζεται ως το άθροισμα της απόστασης έξω από το νερό ($L_1=KO$) και της απόστασης μέσα στο νερό (L_2'), δηλαδή

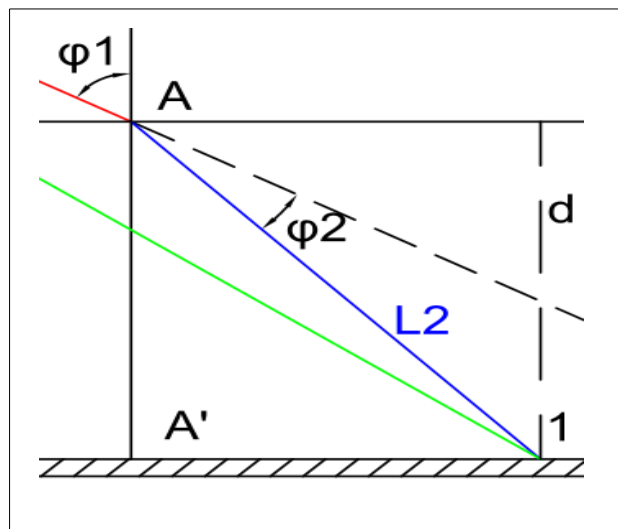
$$L = L_1 + L_2' \quad (2.9)$$

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις (4), (8) και (9):

$$L_2 = \left(\frac{1}{n_{g2}} \right) \cdot \left[L - \frac{\Delta h}{\cos(\varphi_1)} \right] \quad (2.10)$$

Το βάθος του νερού, από την εφαρμογή θεωρημάτων της γεωμετρίας στο ορθογώνιο τρίγωνο που σχηματίζεται από την ακτίνα λείζερ και την κατακόρυφη είναι ίσο με:

$$d = L_2 \cdot \cos(\varphi_2) \quad (2.11)$$



Σχήμα 2.4: Η ακτίνα μετά την διάθλασή της προσκρούει στο στόχο

Figure 2.4: The light beam after her refraction hits the point

Έχοντας βρει πλέον τις απαραίτητες διορθώσεις στο μετρημένο μήκος μέσα στο νερό και τη γωνία διάθλασης της ακτίνας, εφαρμόζοντας τους νόμους των ημιτόνων και συνημιτόνων στο τρίγωνο ($OA1$) όπου O το σημείο σκόπευσης του οργάνου, υπολογίζονται το διορθωμένο κεκλιμένο μήκος S και η διόρθωση Δz της μετρημένης κατακόρυφης γωνίας z . Οι τύποι είναι οι εξής:

Εφαρμόζοντας

- το νόμο των συνημιτόνων προκύπτει:

$$S^2 = L_2^2 + L_1^2 - 2 \cdot L_2 \cdot L_1 \cdot \cos(z + \varphi_2) \quad (2.12)$$

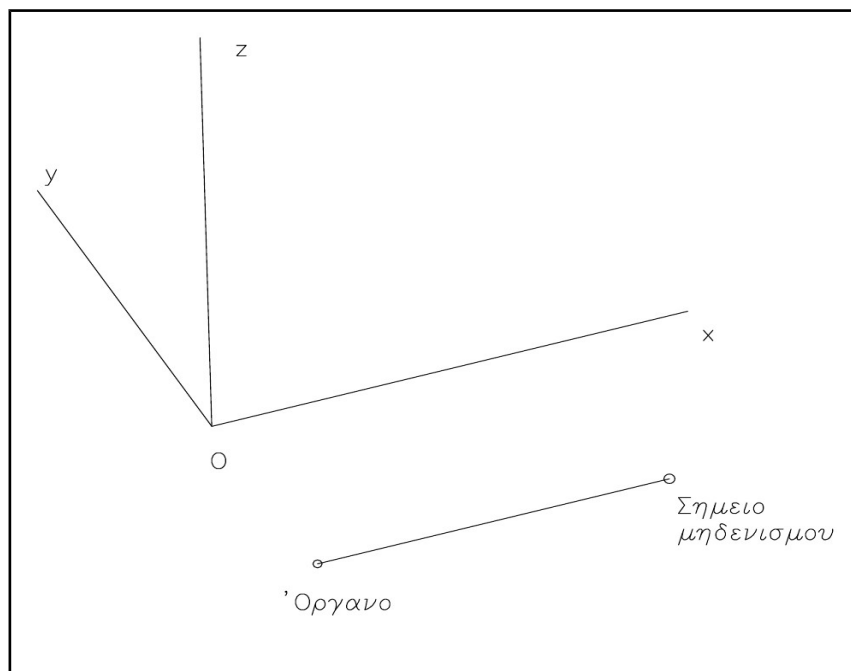
- και το νόμο των ημιτόνων προκύπτει:

$$\delta z = \arcsin \left[\frac{L_2}{S} \cdot \sin(z + \varphi_2) \right] \quad (2.13)$$

Τρίτο Στάδιο

Το τρίτο στάδιο αφορά στον υπολογισμό των συντεταγμένων του σημείου 1 που βρίσκεται στον πυθμένα της δεξαμενής. Ορίζεται ένα αυθαίρετο σύστημα αναφοράς το οποίο έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

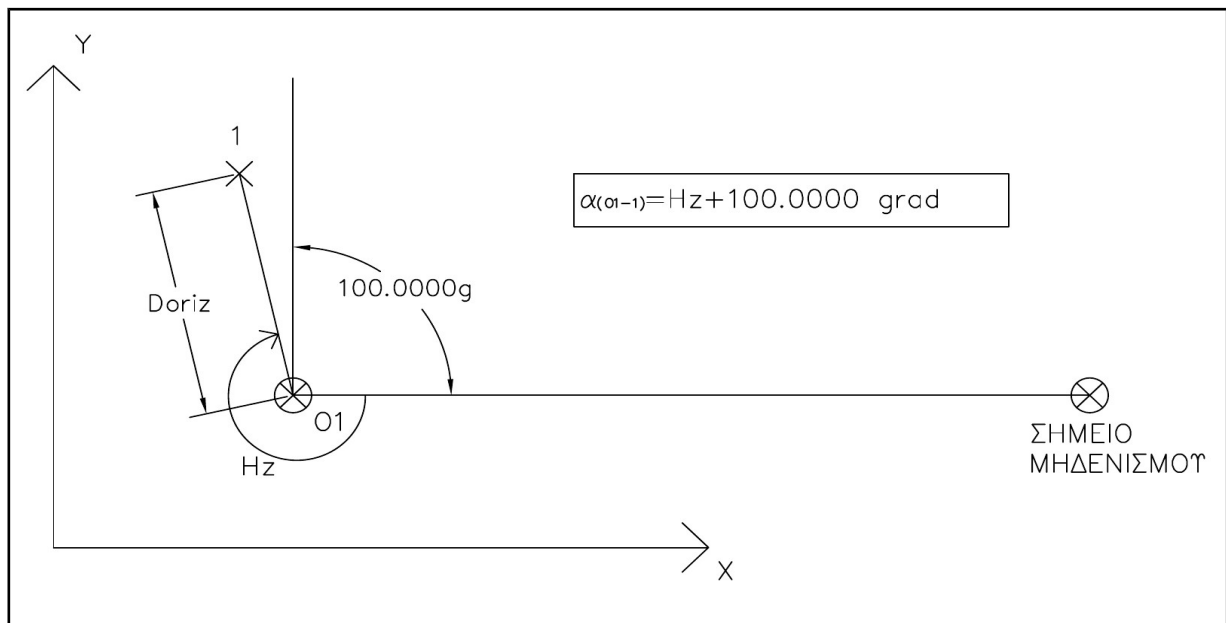
- Ο άξονας x είναι παράλληλος στην διεύθυνση που ορίζεται από το σημείο του οργάνου και το σημείο μηδενισμού
- Ο άξονας z είναι παράλληλος με την κατακόρυφο που ορίζεται από την κέντρωση του οργάνου
- Δίνονται αυθαίρετες τιμές στο σημείο στο οποίο είναι στημένο το όργανο, για παράδειγμα (100,100,10) για να μην εμφανιστούν αρνητικές τιμές στις συντεταγμένες.



Σχήμα 2.5: Ίδρυση αυθαίρετου τοπικού συστήματος αναφοράς

Figure 2.5: Establishing arbitrary local reference system

Σχηματικά το σύστημα που ορίζεται έχει αυτή τη μορφή:



Σχήμα 2.6: Τοπικό σύστημα αναφοράς και υπολογισμός της γωνίας διεύθυνσης

Figure 2.6: Local reference system and calculation of the direction angle

Η γωνία διεύθυνσης από το O_1 στο σημείο 1 υπολογίζεται από την εξίσωση:

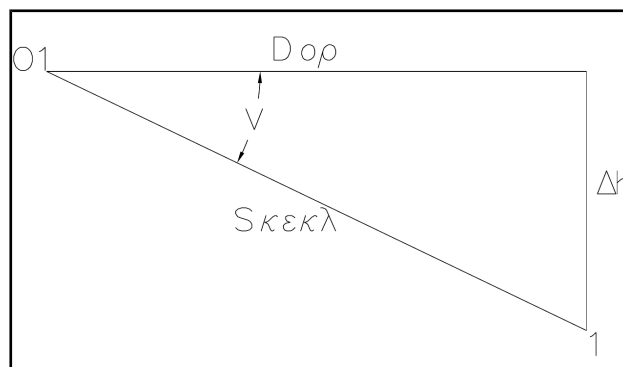
$$\alpha_{(O1-1)} = Hz + 100^g \quad (2.14)$$

Χρησιμοποιείται το 1ο Θεμελιώδες Πρόβλημα της Γεωδαισίας για να υπολογιστούν οι συντεταγμένες X και Y του σημείου 1:

$$\left\{ \begin{array}{l} X = X_{O1} + Dor_{(O1-1)} \cdot \sin(\alpha_{(O1-1)}) \\ Y = Y_{O1} + Dor_{(O1-1)} \cdot \cos(\alpha_{(O1-1)}) \end{array} \right. \quad (2.15)$$

$$(2.16)$$

Η τρίτη διάσταση του σημείου 1, Z βρίσκεται με την βοήθεια της γεωμετρίας:



Σχήμα 2.7: Υπολογισμός του υψομέτρου του σημείου 1

Figure 2.7: Calculation of the height of the point 1

Από το τρίγωνο που σχηματίζεται στο σχήμα, η υψομετρική διαφορά μεταξύ των δύο σημείων υπολογίζεται με τον τύπο

$$\Delta h_{(O1-1)} = S_{\text{κεκλ}} \cdot \cos(z) \Rightarrow$$

Και επομένως η τρίτη διάσταση Z του σημείου 1 είναι:

$$Z = Z_{O1} + \Delta h_{(O1-1)} \quad (2.17)$$

2.3 Πειραματική διαδικασία

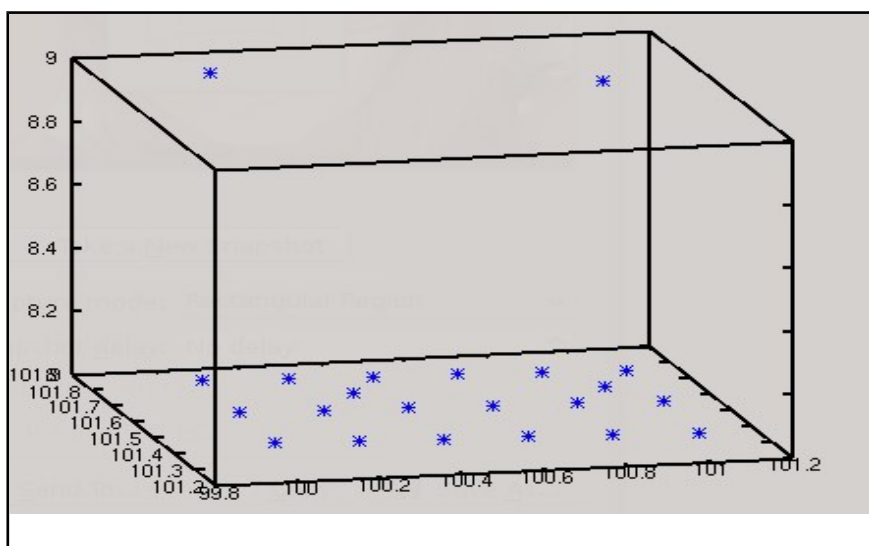
Κάθε θεωρητική διατύπωση προκειμένου να αποδειχθεί η ορθότητά της και να μπορεί κατά κάποιο τρόπο να αποτελέσει θεωρία εφαρμόσιμη στην πράξη πρέπει να συνοδεύεται από πειραματική διαδικασία, με την οποία εφαρμόζεται πιστά η θεωρητική διαδικασία στην πράξη και διαπιστώνεται η εφαρμοσιμότητά της και η αξιοπιστία της.

Το πείραμα πραγματοποιήθηκε σε κλειστό χώρο και με τη βοήθεια μιας ξύλινης δεξαμενής, στον πυθμένα της οποίας σχηματίστηκε ένας κάναβος σημείων, καθώς επίσης τοποθετήθηκαν και αυτοκόλλητοι ανακλαστήρες δύο στον πυθμένα και δύο στην μια πλευρά της δεξαμενής. Στην συνέχεια στήθηκαν οι δύο γεωδαιτικοί σταθμοί, έτσι ώστε να μπορούν να στοχεύσουν όσο το δυνατόν περισσότερα σημεία. Τελικά στοχεύθηκαν 18 σημεία καθώς και τα 4 σημεία στους αυτοκόλλητους ανακλαστήρες. Ιδρύθηκαν 2 τοπικά αυθαίρετα συστήματα αναφοράς, ένα για το κάθε όργανο, τα οποία στην συνέχεια θα συσχετιστούν με όσο το δυνατόν καλύτερη ακρίβεια για να συγκριθούν τα αποτελέσματα των 2 οργάνων.

Οι δύο γεωδαιτικοί σταθμοί είναι:

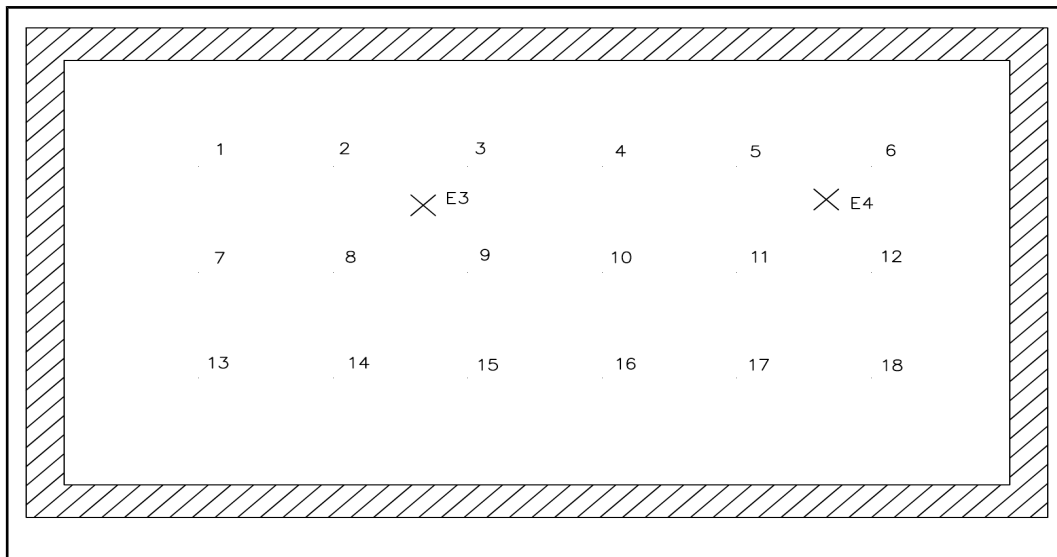
- Leica TCRM 1201+ &
- Leica TM30

Σχηματικά και σε τρισδιάστατη απεικόνιση τα σημεία είχαν την εξής διάταξη:



Διάγραμμα 2.1 : Τρισδιάστατη αναπαράσταση των σημείων της δεξαμενής στο χώρο

Graph 2.1 : Three-dimentional representation of the tank's points



Σχήμα 2.8: Σκαρίφημα του κανάβου που υλοποιήθηκε στον πυθμένα της δεξαμενής
 Figure 2.8: Scribble of the grid that was implemented at the bottom of the water tank



Εικόνα 2.1 : Η διάταξη των σημείων σε κανάβο μέσα στην δεξαμενή
 Picture 2.1 : Grid of points inside the water tank

Μέτρηση στοιχείων απαραίτητων για την μεθοδολογία που αναπτύχθηκε

Μετρήθηκαν με ειδικό όργανο τα στοιχεία τα οποία είναι απαραίτητα για να γίνει η επεξεργασία των μετρήσεων και ο υπολογισμός των δεικτών διάθλασης, του αέρα και του νερού. Τα στοιχεία του περιβάλλοντος κατά την διάρκεια των μετρήσεων ήταν:

- Θερμοκρασία αέρα $T=28.55^{\circ}\text{C}$
- Θερμοκρασία νερού $T_{\text{νερού}}=26^{\circ}\text{C}$
- Ατμοσφαιρική πίεση $p=1.015 \text{ bar}$
- Υγρασία **45%**

Οργάνωση μετρήσεων

Αρχικά, για να μπορεί να υπάρξει ένα μέτρο σύγκρισης τόσο των συντεταγμένων με την αύξηση της στάθμης του νερού, όσο και μεταξύ των δύο οργάνων, σκοπεύθηκαν τα σημεία χωρίς την ύπαρξη νερού. Οι μετρήσεις που πραγματοποιήθηκαν ήταν οι εξής:

- Μετρήσεις μηκών, τα οποία θα διορθωθούν λόγω της επίδρασης της ατμόσφαιρας και της διάθλασης της ακτινοβολίας όταν εισέρχεται στο νερό
- Μετρήσεις οριζόντιων γωνιών
- Μετρήσεις κατακόρυφων γωνιών οι οποίες και θα διορθωθούν καθώς διαφοροποιούνται σημαντικά λόγω της διάθλασης όπως φαίνεται αναλυτικά στο κεφάλαιο της προτεινόμενης μεθόδου
- Υψομετρικές διαφορές μεταξύ του σκοπευτικού άξονα των οργάνων και της επιφάνειας του νερού με την βοήθεια σταδίας, η οποία τοποθετήθηκε κατακόρυφα μέσα στη δεξαμενή για να διαβαστούν οι αναγνώσεις.

Οι συντεταγμένες που προκύπτουν από αυτές τις μετρήσεις ονομάστηκαν **Συντεταγμένες Αναφοράς**, οι οποίες θεωρούνται ως οι πραγματικές συντεταγμένες των σημείων στα δύο αυθαίρετα τοπικά συστήματα αναφοράς που ιδρύθηκαν, με βάση τις οποίες θα γίνουν και οι συγκρίσεις με τις μετρήσεις που πραγματοποιήθηκαν με την ύπαρξη νερού στη δεξαμενή και με βάση τις οποίες θα γίνει η συσχέτιση των δύο συστημάτων αναφοράς για να συγκριθούν τα δύο όργανα.

Αφού πραγματοποιήθηκαν οι μετρήσεις χωρίς νερό και για τα δύο όργανα, η δεξαμενή άρχισε σιγά σιγά να γεμίζει με νερό και ανά τακτά βάθη νερού πραγματοποιούνταν μετρήσεις έτσι ώστε να μπορέσουν να υπολογιστούν οι συντεταγμένες με την ύπαρξη νερού.

Μετρήσεις ανακλαστικότητας

Ακόμη με εφαρμογή η οποία περιέχεται στα προγράμματα των ίδιων των γεωδαιτικών σταθμών, έγιναν μετρήσεις του ποσοστού της επιστρεφόμενης ακτινοβολίας. Μελετώντας εφαρμογές πάνω στο θέμα της ανακλαστικότητας, επιλέχθηκε η δεξαμενή να είναι βαμμένη με φωτεινό χρώμα έτσι ώστε να καταστεί δυνατή η μέτρηση αποστάσεων σε όσο το δυνατόν μεγαλύτερο βάθος και με επίπεδο πυθμένα για να επιτευχθούν μεγαλύτερα ποσοστά στην επιστρεφόμενη ακτινοβολία.

Κεφάλαιο III

Υπολογισμοί και αποτελέσματα

3.1 Εισαγωγή

Το παρόν κεφάλαιο αφορά στο υπολογιστικό της μέρος της διπλωματικής εργασίας. Αφού εξετάστηκε το θεωρητικό υπόβαθρο και αναλύθηκε η μεθοδολογία που προτείνεται, παρουσιάστηκε το πείραμα που διεξήχθη, ενώ στην συνέχεια ακολουθεί η παρουσίαση των υπολογισμών που πραγματοποιήθηκαν.

Σε πρώτο στάδιο υπολογίστηκαν (παράγραφος 3.2), με βάση τις συνθήκες του περιβάλλοντος που επικρατούσαν κατά την διάρκεια διεξαγωγής του πειράματος, οι δείκτες διάθλασης τόσο του νερού όσο και του αέρα. Ακόμη υπολογίστηκε η υψομετρική διαφορά μεταξύ του άξονα του οργάνου και της επιφάνειας του νερού (παράγραφος 3.3).

Σε δεύτερο στάδιο, από τις μετρήσεις που πραγματοποιήθηκαν στο πείραμα, υπολογίστηκαν τα διάφορα μεγέθη έτσι ώστε να ακολουθηθεί η προτεινόμενη μεθοδολογία. Τέτοια μεγέθη είναι οι γωνίες πρόσπτωσης και διάθλασης, οι επιμέρους αποστάσεις της ακτίνας λείζερ και οι διορθώσεις της τελικής απόστασης και της κατακόρυφης γωνίας.

Σε τρίτο στάδιο υπολογίστηκαν, οι συντεταγμένες αναφοράς (παράγραφος 3.4), με βάση τις οποίες θα γίνουν οι συγκρίσεις και οι συντεταγμένες με την παρουσία νερού στην δεξαμενή. Στην συνέχεια έγιναν οι απαραίτητες διορθώσεις στις τελευταίες, όπως αυτές ορίζονται από την προτεινόμενη μεθοδολογία (παράγραφος 3.5). Ακολουθεί η ανάλυση σφαλμάτων (παράγραφος 3.6) όπως επίσης και η συσχέτιση των συστημάτων αναφοράς των δύο οργάνων (παράγραφος 3.7).

3.2 Υπολογισμός δεικτών διάθλασης

Ένα πολύ βασικό κομμάτι στο υπολογιστικό μέρος αποτελεί ο υπολογισμός των δεικτών διάθλασης στον αέρα και στο νερό. Ο δείκτης διάθλασης διαφοροποιείται για τις διαφορετικές συνθήκες περιβάλλοντος, καθώς σε διαφορετικές θερμοκρασίες και συνθήκες διαφορετικής πίεσης και υγρασίας ο δείκτης διάθλασης διαφοροποιείται σημαντικά. Επομένως είναι πολύ σημαντικό να γίνουν μετρήσεις θερμοκρασίας, ατμοσφαιρικής πίεσης και υγρασίας, έτσι ώστε να μπορέσει να υπολογιστεί ο δείκτης διάθλασης με ακρίβεια και αξιοπιστία.

Οι μετρήσεις τόσο των γωνιών, όσο και των αποστάσεων λαμβάνουν χώρα τόσο στον αέρα όσο και μέσα στο νερό. Επομένως στους υπολογισμούς, γωνιών διάθλασης και αποστάσεων λαμβάνουν μέρος και ο δείκτης διάθλασης του αέρα και ο δείκτης διάθλασης του νερού. Οι υπολογισμοί τους έγιναν με συγκεκριμένες εξισώσεις μέσω πιστοποιημένων ιστοσελίδων (ιστοσ.[1]) αλλά και μεθοδολογιών από συγκεκριμένη βιβλιογραφία ([1]).

3.2.1 Δείκτης διάθλασης αέρα

Για τον δείκτη διάθλασης αέρα, πραγματοποιήθηκαν μετρήσεις των περιβαλλοντικών συνθηκών που επικρατούσαν κατά την διάρκεια του πειράματος. Οι μετρήσεις αυτές είναι οι εξής:

- Θερμοκρασία $T=28,55^{\circ}\text{C}$
- Ατμοσφαιρική πίεση $p=1,015\text{ bar}$ ή $p=760.51\text{ mm Hg}$
- Υγρασία 45%

Μέθοδος Barrel & Sears ([1])

Αρχικά υπολογίζεται ο δείκτης διάθλασης του αέρα για κανονικές συνθήκες ατμόσφαιρας, δηλαδή:

- θερμοκρασία $T=0^{\circ}\text{C}$ ή $T=273.16^{\circ}\text{K}$ και
- ατμοσφαιρική πίεση $p=760\text{ mm Hg}$ ή $p=1013\text{ mbars}$

Ο τύπος υπολογισμού του δείκτη διάθλασης φάσης είναι:

$$n_{\varphi}=1.0002876+\left(\frac{1.6288}{\lambda_{\varphi}^2}+\frac{0.0136}{\lambda_{\varphi}^4}\right)\cdot 10^{-6} \quad (3.1)$$

όπου n_{φ} : ο δείκτης διάθλασης φάσης του αέρα
 λ_{φ} : το μήκος κύματος της ακτινοβολίας σε μm

Στην συνέχεια υπολογίζεται το μέγεθος της διαθλασιμότητας φάσης ως εξής:

$$N_{\varphi}=(n_{\varphi}-1)\cdot 10^6 \quad (3.2)$$

όπου: N_{φ} : η διαθλασιμότητα φάσης

Ωστόσο για να αναχθούν τα αποτελέσματα στις συνθήκες κάτω από τις οποίες διεξήχθησαν οι μετρήσεις, χρησιμοποιείται η σχέση των Barrel & Sears για φέρουσες ακτινοβολίες στο ορατό και στο υπέρυθρο τμήμα του φάσματος:

$$N=N_{\varphi}\cdot\frac{p}{760}\cdot\frac{273.16}{T_o}+\frac{15.02\cdot e}{T_o} \quad (3.3)$$

όπου: p : η ατμοσφαιρική πίεση σε mm Hg
 T_o : η θερμοκρασία σε $^{\circ}\text{K}$
 e : η πίεση των υδρατμών ατμόσφαιρας σε mm Hg

Πρέπει να σημειωθεί ότι ο δεύτερος όρος της εξίσωσης παραλείπεται κατά τους υπολογισμούς, καθώς δεν κατέστη δυνατή η μέτρηση της πίεσης των υδρατμών της ατμόσφαιρας e , καθώς υπολογίζεται μόνο αν είναι γνωστή η γνώση του ξηρού και του υγρού αέρα. Η διαδικασία απαιτεί ύπαρξη μετεωρολογικού κλωβού, ωστόσο κρίνεται απαραίτητη όταν μετρώνται μεγάλα μήκη, όταν και θα υπάρχουν μεγάλες διακυμάνσεις στις συνθήκες περιβάλλοντος. Επομένως η επιρροή της στις μετρήσεις που πραγματοποιήθηκαν κρίθηκε πολύ μικρή καθώς μετρώνται πολύ μικρά μήκη και οι συνθήκες περιβάλλοντος ήταν οι ίδιες καθ' όλη την διαδρομή της ακτινοβολίας.

Τέλος, αντιστρέφοντας την εξίσωση (3.2), υπολογίζεται ο δείκτης διάθλασης φάσης αέρα, τώρα πια στις συνθήκες του πειράματος:

$$n_{\varphi}=N\cdot 10^{-6}+1$$

Μετά την εφαρμογή των εξισώσεων, προκύπτουν τα εξής αποτελέσματα:

- **Leica TCRM 1201+**

Δείκτης διάθλασης αέρα για το όργανο Leica TCRM 1201+	
Μεγέθη	Τιμές
Μήκος κύματος ακτινοβολίας	0.660 μm
Θερμοκρασία αέρα	28.55 °C ή 301.71 °K
Ατμοσφαιρική πίεση	1.015 bars ή 761.5 mm Hg
Υγρασία αέρα	45%

Πίνακας 3.1: Τιμές μεγεθών για τον υπολογισμό του δείκτη διάθλασης φάσης Leica TCRM 1201+
Table 3.1: Element's values for the calculation of the phase refractive index Leica TCRM 1201+

Αποτελέσματα	Τιμές
Δείκτης διάθλασης του αέρα	1.000264356
Αβεβαιότητα του υπολογισμένου δείκτη	0.00000022

Πίνακας 3.2: Υπολογισμός δείκτη διάθλασης φάσης για το όργανο Leica TCRM 1201+
Table 3.2: Calculation of the phase refractive index for the instrument Leica TCRM 1201+

- **Leica TM30**

Δείκτης διάθλασης αέρα για το όργανο Leica TM 30	
Μεγέθη	Τιμές
Μήκος κύματος ακτινοβολίας	0.658 μm
Θερμοκρασία αέρα	28.55 °C ή 301.71 °K
Ατμοσφαιρική πίεση	1.015 bars ή 761.5 mm Hg
Υγρασία αέρα	45%

Πίνακας 3.3: Τιμές μεγεθών για τον υπολογισμό του δείκτη διάθλασης φάσης Leica TM30
Table 3.3: Element's values for the calculation of the phase refractive index Leica TM 30

Αποτελέσματα	Τιμές
Δείκτης διάθλασης του αέρα	1.000264378
Αβεβαιότητα του υπολογισμένου δείκτη	0.00000022

Πίνακας 3.4: Υπολογισμός δείκτη διάθλασης φάσης για το όργανο Leica TM30
Table 3.4: Calculation of the phase refractive index for the instrument Leica TM30

Ο δείκτης διάθλασης υπολογίστηκε επίσης και με τη μέθοδο του Edlen, για να διαπιστωθούν τυχόν διαφορές στις δύο μεθόδους υπολογισμού, ωστόσο τα αποτελέσματα ήταν πολύ κοντά και οι διαφορές μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες. Η μεθοδολογία του Edlen περιγράφεται στην παράγραφο II του Παραρτήματος I, καθώς επίσης και τα αποτελέσματά της. Επιλέχθηκε ωστόσο η μέθοδος των Barrel & Sears, καθώς αναφέρεται σε βιβλιογραφικές πηγές ([1]) ενώ η δεύτερη μέθοδος εντοπίστηκε μετά από αναζήτηση στο διαδίκτυο, οπότε κρίθηκε πιο αξιόπιστη η πρώτη.

3.2.2 Δείκτης διάθλασης νερού

Προκειμένου να υπολογιστεί ο δείκτης διάθλασης νερού ήταν απαραίτητο να μετρηθεί η θερμοκρασία του νερού. Κατά την διάρκεια του πειράματος η θερμοκρασία του νερού ήταν 26°C . Ο υπολογισμός του έγινε με την βοήθεια του ιστοσελίδας <http://refractiveindex.info/legacy/?group=LIQUIDS&material=Water>. Η επιλογή της συγκεκριμένης ιστοσελίδας έγινε καθώς εκτός από τον δείκτη διάθλασης υπολογίζει και το μέγεθος της χρωματικής διασποράς (dn/dλ).

3.2.2.1 Μεθοδολογία υπολογισμού δείκτη διάθλασης του νερού

Ο τύπος υπολογισμού του δείκτη διάθλασης του νερού προέρχεται από την εξίσωση του Sellmeiher η οποία είναι η εξής:

$$n^2 - 1 = \frac{B1 \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - C1} + \frac{B2 \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - C2} + \frac{B3 \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - C3} + \frac{B4 \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - C4} \quad (3.4)$$

όπου: n: ο δείκτης διάθλασης

λ: το μήκος κύματος &

A1,A2,A3,A4,B1,B2,B3,B4: συντελεστές που εξαρτώνται από την θερμοκρασία του νερού

Οι παραπάνω συντελεστές διαφοροποιούνται ανάλογα με το μέσο στο οποίο διαδίδεται η ακτίνα λείζερ αλλά επίσης διαφοροποιούνται με βάση τη θερμοκρασία που επικρατεί στο μέσο. Οι τιμές τους παρουσιάζονται συγκεντρωτικά παρακάτω μαζί με τις αντίστοιχες τιμές των δεικτών διάθλασης.

Αποτελέσματα

Οι παρακάτω πίνακες παρουσιάζουν τα αποτελέσματα από τον υπολογισμό του δείκτη διάθλασης του νερού σε διάφορες θερμοκρασίες, συμπεριλαμβανομένου και των διαφορών τιμών των συντελεστών, όπως αυτοί διαμορφώνονται στις διάφορες θερμοκρασίες.

• Leica TCRM 1201+

T(°C)	A1	B1	A2	B2	A3	B3
19	0.5672526103	0.005085550461	0.1736581125	0.01814938654	0.02121531502	0.02617260739
20	0.5684027565	0.005101829712	0.1726177391	0.01821153936	0.02086189578	0.02620722293
21.5	0.5689093832	0.005110301794	0.1719708856	0.01825180155	0.02062501582	0.02624158904
24	0.5666959820	0.005084151894	0.1731900098	0.01818488474	0.02095951857	0.02625439472

T(°C)	A4	B4	dn/dλ (μm ⁻¹)	n
19	0.1138493213	0.1073888649	-0.0240	1.33151
20	0.1130748688	0.1069792721	-0.0240	1.33142
21.5	0.1123965424	0.1067505178	-0.0240	1.33129
24	0.1125228406	0.1073842352	-0.0239	1.33104

Πίνακας 3.5: Υπολογισμός συντελεστών για τον υπολογισμό του δείκτη διάθλασης νερού για το όργανο Leica TCRM 1201+

Table 3.5: Parameters for the calculation of refractive index of water for the instrument Leica TCRM 1201+

- **Leica TM 30**

T(°C)	A1	B1	A2	B2	A3	B3
19	0.5672526103	0.005085550461	0.1736581125	0.01814938654	0.02121531502	0.02617260739
20	0.5684027565	0.005101829712	0.1726177391	0.01821153936	0.02086189578	0.02620722293
21.5	0.5689093832	0.005110301794	0.1719708856	0.01825180155	0.02062501582	0.02624158904
24	0.5666959820	0.005084151894	0.1731900098	0.01818488474	0.02095951857	0.02625439472

T(°C)	A4	B4	dn/dλ (μm ⁻¹)	n
19	0.1138493213	0.1073888649	-0.0242	1.33156
20	0.1130748688	0.1069792721	-0.0242	1.33147
21.5	0.1123965424	0.1067505178	-0.0241	1.33133
24	0.1125228406	0.1073842352	-0.0241	1.33109

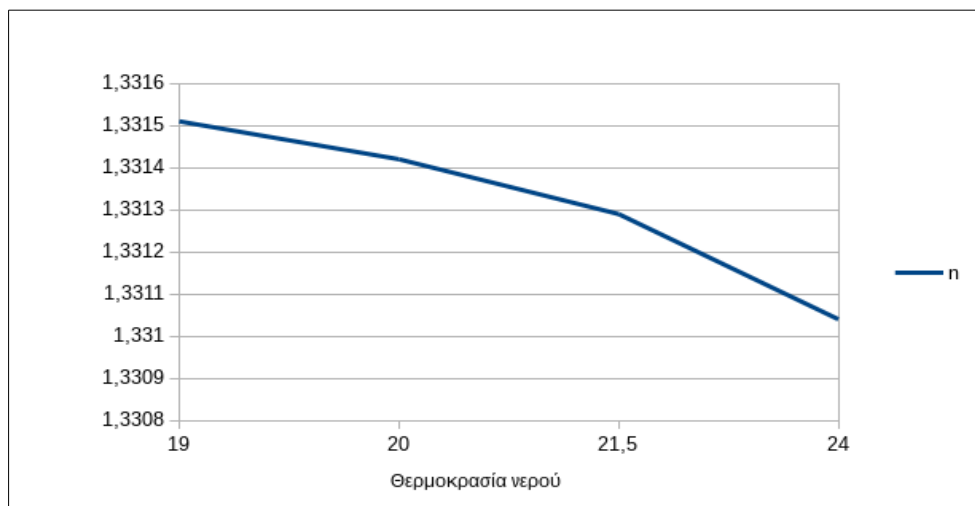
Πίνακας 3.6: Υπολογισμός συντελεστών για τον υπολογισμό του φασματικού δείκτη διάθλασης νερού για το όργανο Leica TM 30

Table 3.6: Parameters for the calculation of phase refractive index of water for the instrument Leica TM30

3.2.2.1 Προσαρμογή αποτελεσμάτων δείκτη διάθλασης

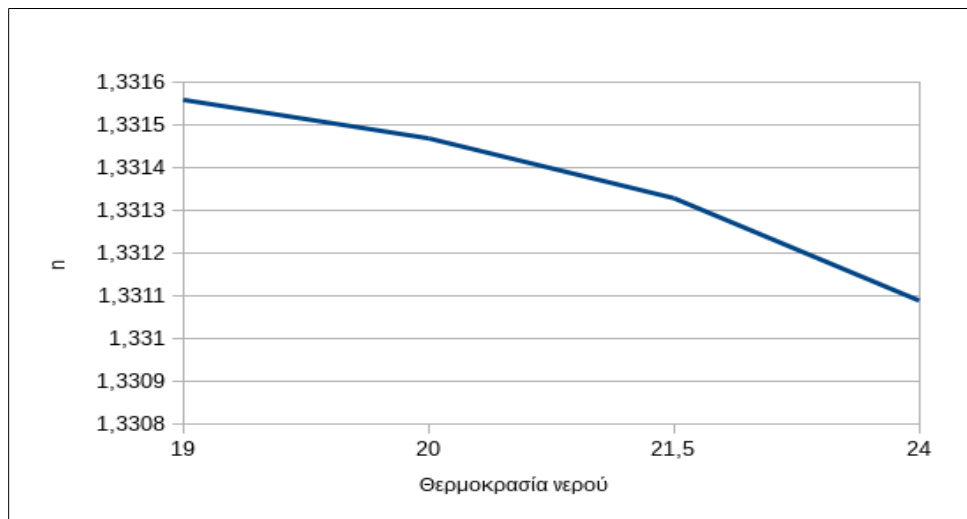
Οι θερμοκρασίες στις οποίες έγιναν οι υπολογισμοί είναι μικρότερες από την ζητούμενη θερμοκρασία, κατά την οποία πραγματοποιήθηκε το πείραμα. Επομένως είναι απαραίτητο οι τιμές να προσαρμοστούν σε κάποια καμπύλη έτσι ώστε με προέκταση της γραμμής στους 26°C να υπολογιστεί ο δείκτης διάθλασης του νερού στην ζητούμενη θερμοκρασία.

Τα αποτελέσματα του δείκτη διάθλασης για τις διάφορες θερμοκρασίες τοποθετήθηκαν σε ένα διάγραμμα. Το διάγραμμα για τα δύο όργανα είναι τα εξής:



Διάγραμμα 3.1: Τιμές δείκτη διάθλασης νερού για το Leica TCRM 1201+

Graph 3.1: Values of refractive index of water for Leica TCRM 1201+



Διάγραμμα 3.2: Τιμές δείκτη διάθλασης νερού για το Leica TM30

Graph 3.2: Values of refractive index of water for Leica TM30

Τα διαγράμματα δείχνουν ότι οι καμπύλες είναι περίπου ευθείες γραμμές, οπότε οι τιμές του δείκτη διάθλασης επιλέχθηκε να προσαρμοστούν στην εξίσωση της ευθείας. Η προσαρμογή πραγματοποιήθηκε με συνόρθωση, με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, καθώς οι μετρήσεις είναι πλεονάζουσες, πιο συγκεκριμένα με την μέθοδο των εμμέσων παρατηρήσεων. Η εξίσωση που αντιπροσωπεύει μαθηματικά την ευθεία είναι η:

$$y=a \cdot x+b$$

Οι συντελεστές της εξίσωσης για τα δύο όργανα για τις διάφορες τιμές του δείκτη διάθλασης στις διαφορετικές θερμοκρασίες διαμορφώνονται ως εξής:

Όργανα	a	σ_a	b	σ_b
Leica TCRM 1201+	-0.00009	2.3×10^{-6}	1.33330	4.9×10^{-5}
Leica TM30	-0.00009	2.4×10^{-6}	1.33335	4.9×10^{-5}

Πίνακας 3.7: Υπολογισμός των συντελεστών της ευθείας και των σφαλμάτων τους

Table 3.7: Calculation of the parameters of the straight line and of their errors

Αφού προσαρμόστηκαν οι ευθείες και υπολογίστηκαν οι συντελεστές τους για τα δύο όργανα, στην συνέχεια υπολογίστηκε, σαν προέκταση αυτής της ευθείας, η τιμή του δείκτη διάθλασης στην θερμοκρασία που είχε το νερό στην πειραματική διαδικασία, δηλαδή $T=26^{\circ}\text{C}$. Οι τιμές του δείκτη διάθλασης νερού στην θερμοκρασία αυτή φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Όργανα	Τιμή δείκτη διάθλασης νερού n_{26}	σ_{n26}
Leica TCRM 1201+	1.33086	5×10^{-5}
Leica TM30	1.33090	2×10^{-5}

Πίνακας 3.8: Υπολογισμός του δείκτη διάθλασης στους 26°C

Table 3.8: Calculation of the phase refractive index at 26°C

3.2.2.2 Δείκτης διάθλασης ομάδας

Μετά τον υπολογισμό των τιμών του δείκτη διάθλασης στην νέα θερμοκρασία, επειδή η ακτινοβολία που χρησιμοποιείται για τα μήκη είναι διαμορφωμένη, είναι απαραίτητο να υπολογιστεί ο δείκτης διάθλασης ομάδας, για να χρησιμοποιηθεί στους υπολογισμούς των αποστάσεων. Στις μετρήσεις γωνιών δεν συμμετέχει ο δείκτης διάθλασης ομάδας, καθώς δεν συμμετέχει και διαμορφωμένη ακτινοβολία. Οι τιμές του δείκτη διάθλασης ομάδας για τα δύο όργανα διαμορφώνεται ως εξής:

Όργανα	Χρωματική διασπορά	Δείκτης διάθλασης ομάδας n_{g26}
Leica TCRM 1201+	-0.0239	1.34663
Leica TM30	-0.0241	1.34676

Πίνακας 3.9: Υπολογισμός του δείκτη διάθλασης ομάδας στους 26°C

Table 3.9: Calculation of the group refractive index at 26°C

3.3 Υπολογισμός υψομετρικής διαφοράς μεταξύ του οργάνου και της επιφάνειας του νερού

Ένα πολύ σημαντικό μέρος της μεθοδολογίας αποτελεί ο υπολογισμός της υψομετρικής διαφοράς μεταξύ του σκοπευτικού άξονα του οργάνου και της επιφάνειας του νερού. Η ακρίβεια του υπολογισμού της υψομετρικής αυτής διαφοράς επηρεάζει σημαντικά και την ακρίβεια της μεθοδολογίας, καθώς το σφάλμα της συμμετέχει σε μεγάλο βαθμό και διαμορφώνει τις ακρίβειες των μεγεθών που υπολογίζει η προτεινόμενη μεθοδολογία.

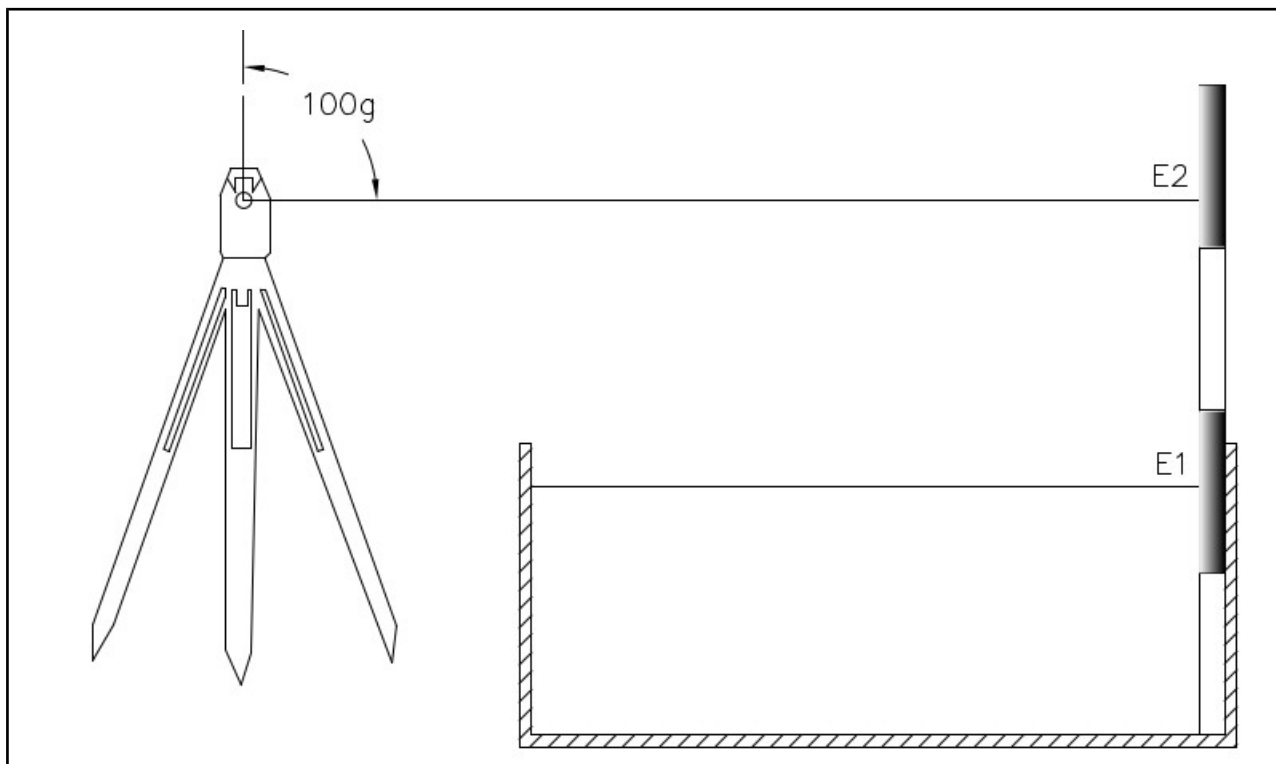
Ο υπολογισμός της υψομετρικής διαφοράς μεταξύ του οργάνου και της επιφάνειας του νερού, πραγματοποιήθηκε με την βοήθεια βαθμονομημένης σταδίας με υποδιαίρεση του 1mm. Επομένως θεωρήθηκε, μετά από μερικές επαναλαμβανόμενες αναγνώσεις, ότι το σφάλμα της υψομετρικής διαφοράς είναι ίσο με $\sigma_{\Delta h} = 1 \text{ mm}$.

Η μέθοδος υπολογισμού είναι η εξής:

- Τοποθετήθηκε και σταθεροποιήθηκε η σταδία, σε κατακόρυφη θέση με βάση την αεροστάθμη, εντός της δεξαμενής
- Το όργανο ρυθμίστηκε έτσι ώστε να στοχεύει με κατακόρυφη γωνία ίση με 100grads
- Το νερό έχει κάποιο βάθος κάποια τυχαία χρονική στιγμή και αφού ηρεμήσει διαβάζεται η ανάγνωση της σταδίας στην επιφάνεια του νερού
- Στοχεύεται με το όργανο η σταδία και παίρνεται ανάγνωση
- Η υψομετρική διαφορά υπολογίζεται ως αφαίρεση των δύο αναγνώσεων

$$\Delta h = E1 - E2 \quad (3.5)$$

Σχηματικά η μέθοδος αναπαρίσταται ως εξής:



Σχήμα 3.1: Υπολογισμός υψομετρικής διαφοράς

Figure 3.1: Calculation of height difference

Οι μετρήσεις στην πειραματική διαδικασία έγιναν σε διαφορετικά βάθη νερού. Ανάλογα με το βάθος που είχε το νερό στην δεξαμενή διαμορφώνονται και οι υψομετρικές διαφορές. Αφού έγιναν οι αναγνώσεις στην σταδία, η αφαίρεσή τους έδωσε την υψομετρική διαφορά μεταξύ του σκοπευτικού άξονα του οργάνου και της επιφάνειας του νερού. Αναλυτικά παρουσιάζονται οι υπολογισμοί στον παρακάτω πίνακα:

Όργανα	Βάθος νερού (cm)	Ανάγνωση E2 (m)	Ανάγνωση E1 (m)	Υψ. διαφορά Δh (m)
Leica TCRM 1201+	10	1.9369	0.1	1.8369
	25.1	1.9369	0.251	1.6859
	39.6	1.9369	0.396	1.5409
	59.9	1.9369	0.599	1.3379
Leica TM30	10	1.73888	0.1	1.83888
	25.1	1.73888	0.251	1.48788
	39.6	1.73888	0.396	1.34288
	59.9	1.73888	0.599	1.13988

Πίνακας 3.10: Υπολογισμός υψομετρικής διαφοράς στα διάφορα βάθη για τα δύο όργανα
Table 3.10: Calculation of the height difference in different depths for the two instruments

Η ακρίβεια υπολογισμού της υψομετρικής διαφοράς θεωρήθηκε ίση με 1mm αν υποθεθεί ότι στις αναγνώσεις η αβεβαιότητα είναι περίπου 1mm, καθώς η σταδία που χρησιμοποιήθηκε έχει τη υποδιαίρεσεις του 1mm.

3.4 Υπολογισμός συντεταγμένων αναφοράς

Όπως έχει αναλυθεί στην προτεινόμενη μεθοδολογία και την πειραματική διαδικασία, πριν η δεξαμενή αρχίσει να γεμίζει με νερό, έγιναν μετρήσεις χωρίς την παρουσία νερού, για να υπολογιστούν οι συντεταγμένες των σημείων ελέγχου και του κανάβου, έτσι ώστε να είναι δυνατή η σύγκριση των αποτελεσμάτων που θα προκύψουν από τις μετρήσεις με την παρουσία νερού στην δεξαμενή. Οι συντεταγμένες αυτές θεωρούνται συντεταγμένες αναφοράς.

Τα σημεία ελέγχου E_1, E_2, E_3 και E_4 μετρήθηκαν σε δύο περιόδους και σε δύο θέσεις τηλεσκοπίου, για επίτευξη πιο αξιόπιστων αποτελεσμάτων. Στα υπόλοιπα σημεία που ανήκουν στον κανάβο, πραγματοποιήθηκε μία μέτρηση, όπως στην διαδικασία της ταχυμετρίας.

Μετά τον υπολογισμό των οριζόντιων και κατακόρυφων γωνιών των σημείων ελέγχου, με βάση τα μετρημένα κεκλιμένα μήκη, υπολογίστηκαν οι συντεταγμένες αναφοράς των σημείων ελέγχου. Στα τοπικά συστήματα αναφοράς που ιδρύθηκαν, τα σημεία στα οποία ήταν στημένα τα όργανα δόθηκαν αυθαίρετες συντεταγμένες, για να αποφευχθούν αρνητικές τιμές. Τέθηκε O_1 το σημείο στο οποίο ήταν στημένο το όργανο Leica TCRM 1201+ και O_2 το σημείο στο όργανο Leica TM30. Οι συντεταγμένες αναφοράς θεωρούνται ως οι πραγματικές συντεταγμένες των σημείων ελέγχου και των σημείων του κανάβου, με βάση τις οποίες θα γίνουν οι συγκρίσεις με τις συντεταγμένες που θα προκύψουν από τις μετρήσεις με νερό στην δεξαμενή.

- Σημεία ελέγχου

Οι μετρήσεις για τα σημεία ελέγχου πραγματοποιήθηκαν με ανακλαστήρα, έτσι ώστε ως σημεία ελέγχου να εμφανίζουν μικρότερη αβεβαιότητα και μεγαλύτερη αξιοπιστία, για να γίνει στην συνέχεια σύγκριση των δύο οργάνων συσχετίζοντας τα δύο συστήματα αναφοράς.

- Leica TCRM 1201+

Σημείο	X(m)	Y(m)	Z(m)
O1	100.000	100.000	10.000

Πίνακας 3.11: Συντεταγμένες σημείου O_1 στο σύστημα I
Table 3.11: Coordinates of point O_1 at the reference system I

Σημείο	X_i (m)	Y_i (m)	Z_i (m)
E1	100.081	101.801	8.986
E2	101.009	101.743	8.933
E3	100.325	101.590	8.065
E4	100.922	101.559	8.064

Πίνακας 3.12: Συντεταγμένες σημείων ελέγχου στο σύστημα I
Table 3.12: Coordinates of the check points at system I

- Leica TM30

Σημείο	X(m)	Y(m)	Z(m)
O1	200.000	200.000	20.000

Πίνακας 3.13: Συντεταγμένες σημείου O_2 στο σύστημα II
Table 3.13: Coordinates of point O_2 at the reference system II

Σημείο	Xi(m)	Yi(m)	Zi(m)
E1	199.335	201.645	19.184
E2	200.262	201.607	19.131
E3	199.583	201.440	18.264
E4	200.180	201.422	18.263

Πίνακας 3.14: Συντεταγμένες σημείων ελέγχου στο σύστημα II
Table 3.14: Coordinates of check points at the reference system II

- Σημεία κανάβου

Τα σημεία τα οποία ανήκουν στον κανάβο μετρήθηκαν χωρίς την χρήση ανακλαστήρα. Μετρήθηκαν σαν ταχυμετρικά σημεία, με την διαδικασία της αποτύπωσης, έτσι για κάθε σημείο πραγματοποιήθηκε μία μέτρηση μήκους και δύο μετρήσεις γωνιών, σε μία θέση τηλεσκοπίου και σε μια περίοδο.

- **Leica TCRM 1201+**

Σημείο	Xi(m)	Yi(m)	Zi(m)
1	100.022	101.715	8.060
2	100.223	101.702	8.062
3	100.423	101.689	8.061
4	100.623	101.679	8.061
5	100.822	101.667	8.062
6	101.024	101.654	8.062
7	100.010	101.515	8.063
8	100.211	101.502	8.063
9	100.409	101.490	8.064
10	100.610	101.479	8.064
11	100.810	101.466	8.065
12	101.011	101.454	8.064
13	99.998	101.315	8.065
14	100.197	101.303	8.065
15	100.397	101.290	8.067
16	100.597	101.278	8.067
17	100.797	101.266	8.066
18	100.999	101.254	8.066

Πίνακας 3.15: Συντεταγμένες σημείων κανάβου στο σύστημα I
Table 3.15: Coordinates of grid points at the reference system I

◦ **Leica TM 30**

Σημείο	Xi(m)	Yi(m)	Zi(m)
1	199.277	201.558	18.260
2	199.479	201.549	18.261
3	199.678	201.540	18.261
4	199.878	201.533	18.262
5	200.078	201.526	18.262
6	200.280	201.519	18.261
7	199.270	201.358	18.264
8	199.471	201.348	18.264
9	199.669	201.341	18.264
10	199.870	201.333	18.265
11	200.070	201.325	18.265
12	200.271	201.318	18.263
13	199.263	201.157	18.266
14	199.462	201.149	18.267
15	199.661	201.141	18.266
16	199.862	201.133	18.268
17	200.061	201.125	18.267
18	200.263	201.118	18.266

Πίνακας 3.16: Συντεταγμένες σημείων κανάβου στο σύστημα II
Table 3.16: Coordinates of grid points at the reference system II

Αβεβαιότητα συντεταγμένων αναφοράς

Με βάση τις προδιαγραφές των οργάνων και τις αβεβαιότητες των διαφόρων μεγεθών που εμπλέκονται στις εξισώσεις υπολογισμού των συντεταγμένων, με την βοήθεια του νόμου μετάδοσης σφαλμάτων, προκύπτουν οι αβεβαιότητες των συντεταγμένων των σημείων. Τα σφάλματα των συντεταγμένων εφαρμόζοντας τον νόμο μετάδοσης σφαλμάτων, υπολογίστηκαν ως εξής:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_x^2 = \sin^2(Hz+100) \cdot \sigma_{Dop}^2 + (Dop \cdot \cos(Hz+100))^2 \cdot \sigma_{Hz}^2 \\ \sigma_y^2 = \cos^2(Hz+100) \cdot \sigma_{Dop}^2 + (Dop \cdot \sin(Hz+100))^2 \cdot \sigma_{Hz}^2 \\ \sigma_z^2 = \cos^2(V) \cdot \sigma_{S_{KEK\lambda}}^2 + (S_{KEK\lambda} \cdot \sin(z))^2 \cdot \sigma_z^2 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (3.6) \\ (3.7) \\ (3.8) \end{array}$$

Από αυτές τις εξισώσεις προκύπτουν οι αβεβαιότητες των συντεταγμένων αναφοράς τόσο των σημείων ελέγχου, όσο και των σημείων του κανάβου και για τα δύο όργανα. Ποσοτικά προκύπτουν τα εξής:

- Leica TCRM 1201+

Σημείο	σX (mm)	σY (mm)	σZ (mm)
E1	0.04	0.87	0.49
E2	0.44	0.76	0.47
E3	0.13	0.63	0.77
E4	0.35	0.59	0.73
1	0.02	1.32	1.50
2	0.17	1.31	1.50
3	0.32	1.30	1.49
4	0.47	1.27	1.47
5	0.61	1.24	1.44
6	0.75	1.20	1.41
7	0.01	1.23	1.58
8	0.17	1.22	1.57
9	0.33	1.20	1.56
10	0.49	1.18	1.54
11	0.63	1.15	1.51
12	0.77	1.11	1.48
13	0.00	1.12	1.65
14	0.17	1.11	1.65
15	0.34	1.09	1.64
16	0.50	1.07	1.62
17	0.65	1.04	1.58
18	0.80	1.00	1.54

Πίνακας 3.17: Αβεβαιότητες σημείων κανάβου στο σύστημα I
Table 3.17: Uncertainty of grid points at the reference system I

- Leica TM30

Σημείο	σX (mm)	σY (mm)	σZ (mm)
E1	0.34	0.84	0.42
E2	0.14	0.87	0.47
E3	0.18	0.63	0.76
E4	0.08	0.63	0.77
1	0.59	1.27	1.42
2	0.44	1.30	1.46
3	0.27	1.31	1.48
4	0.10	1.32	1.50
5	0.07	1.32	1.50
6	0.24	1.31	1.50
7	0.63	1.17	1.50
8	0.47	1.19	1.54
9	0.30	1.21	1.57
10	0.12	1.22	1.58
11	0.06	1.21	1.59
12	0.25	1.20	1.58
13	0.67	1.05	1.57
14	0.50	1.07	1.61
15	0.32	1.09	1.65
16	0.13	1.09	1.67
17	0.06	1.09	1.68
18	0.25	1.08	1.67

Πίνακας 3.18: Αβεβαιότητες σημείων κανάβου στο σύστημα II
Table 3.18: Uncertainty of grid points at the reference system II

3.5 Εφαρμογή της προτεινόμενης μεθοδολογίας και τα αποτελέσματά της

Σε αυτή την παράγραφο εφαρμόζεται η μεθοδολογία που προτείνει η παρούσα διπλωματική εργασία. Γίνονται όλοι οι απαραίτητοι υπολογισμοί στα τρία στάδια, στα οποία χωρίζεται η μεθοδολογία και στην συνέχεια παρουσιάζονται τα τελικά αποτελέσματα:

- Κεκλιμένο μήκος και διόρθωση της κατακόρυφης γωνίας
- Αβεβαιότητα των δύο παραπάνω μεγεθών
- Υπολογισμός των συντεταγμένων των σημείων της δεξαμενής όπως αυτές προκύπτουν μετά την εφαρμογή της μεθοδολογίας

3.5.1 Πρώτο στάδιο υπολογισμών της μεθοδολογίας

Το πρώτο μέρος της μεθοδολογίας αποτελείται από τον υπολογισμό των γωνιών πρόσπτωσης και διάθλασης μέσω του νόμου του Snell, και η απόσταση L_1 , το οποίο μετράται από τη στιγμή που η ακτινοβολία εξέλθει από το όργανο μέχρι αυτό να προσκρούσει στην επιφάνεια του νερού.

- Όργανο Leica TCRM 1201+
 - Βάθος νερού 10cm

Σκόπευση προς	Γωνία φ_1 (grad)	Γωνία φ_2 (grad)	Μήκος L_1 (m)
E3	44.9721	32.4452	2.415
E4	48.4703	34.7044	2.538
1	46.6697	33.5496	2.472
2	46.7101	33.5758	2.473
3	47.1721	33.8736	2.490
4	48.0593	34.4424	2.522
5	49.2658	35.2087	2.568
6	50.7387	36.1328	2.628
7	42.7924	31.0059	2.348
8	42.8163	31.0218	2.348
9	43.4040	31.4121	2.366
10	44.4902	32.1289	2.399
11	45.9550	33.0865	2.447
12	47.7253	34.2288	2.510
13	38.4514	28.0757	2.232
14	38.5218	28.1238	2.233
15	39.2554	28.6244	2.252
16	40.5980	29.5347	2.286
17	42.4132	30.7532	2.337
18	44.5886	32.1936	2.402

Πίνακας 3.19: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα I για βάθος νερού 10cm
Table 3.19: Calculation of elements at reference system I for water depth 10cm

- Βάθος νερού 25.1cm

Σκόπευση προς	Γωνία φ_1 (grad)	Γωνία φ_2 (grad)	Μήκος L_1 (m)
E3	45.8550	33.0214	2.243
E4	49.4231	35.3080	2.363
1	47.5883	34.1410	2.299
2	47.6291	34.1671	2.300
3	48.0991	34.4678	2.316
4	49.0017	35.0417	2.348
5	50.2307	35.8155	2.393
6	51.7282	36.7461	2.452
7	43.6384	31.5672	2.178
8	43.6626	31.5832	2.179
9	44.2611	31.9782	2.195
10	45.3667	32.7032	2.228
11	46.8630	33.6745	2.275
12	48.6660	34.8288	2.336
13	39.2148	28.5967	2.066
14	39.2820	28.6425	2.067
15	40.0332	29.1527	2.085
16	41.3985	30.0739	2.118
17	43.2531	31.3120	2.167
18	45.4719	32.7719	2.231

Πίνακας 3.20: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα I για βάθος νερού 25.1cm
Table 3.20: Calculation of elements at reference system I for water depth 25.1cm

- Βάθος νερού 39.6 cm

Σκόπευση προς	Γωνία φ_1 (grad)	Γωνία φ_2 (grad)	Μήκος L_1 (m)
E3	46.7825	33.6225	2.077
E4	50.4152	35.9309	2.194
1	48.5450	34.7519	2.131
2	48.5886	34.7796	2.132
3	49.0703	35.0851	2.148
4	49.9906	35.6651	2.179
5	51.2399	36.4442	2.223
6	52.7623	37.3805	2.280
7	44.5143	32.1448	2.013
8	44.5442	32.1644	2.014
9	45.1544	32.5645	2.031
10	46.2823	33.2989	2.062
11	47.8103	34.2832	2.108
12	49.6446	35.4476	2.167
13	40.0057	29.1340	1.905
14	40.0721	29.1790	1.906
15	40.8363	29.6955	1.923
16	42.2343	30.6338	1.956
17	44.1215	31.8862	2.003
18	46.3897	33.3685	2.065

Πίνακας 3.21: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα I για βάθος νερού 39.6cm
Table 3.21: Calculation of elements at reference system I for water depth 39.6cm

- Βάθος νερού 59,9 cm

Σκόπευση προς	Γωνία φ_1 (grad)	Γωνία φ_2 (grad)	Μήκος L_1 (m)
E3	48.1673	34.5113	1.840
E4	51.9111	36.8588	1.952
1	49.9803	35.6586	1.891
2	50.0289	35.6891	1.893
3	50.5216	35.9974	1.908
4	51.4673	36.5850	1.937
5	52.7544	37.3757	1.980
6	54.3179	38.3214	2.035
7	45.8273	33.0034	1.779
8	45.8572	33.0229	1.780
9	46.4895	33.4331	1.796
10	47.6525	34.1821	1.826
11	49.2211	35.1805	1.869
12	51.1170	36.3680	1.926
13	41.1719	29.9216	1.676
14	41.2541	29.9768	1.678
15	42.0420	30.5053	1.694
16	43.4784	31.4613	1.725
17	45.4260	32.7419	1.770
18	47.7596	34.2507	1.829

Πίνακας 3.22: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα I για βάθος νερού 59.9cm
 Table 3.22: Calculation of elements at reference system I for water depth 59.9cm

- **Όργανο Leica TM30**
 - Βάθος νερού 10 cm

Σκόπευση προς	Γωνία φ_1 (grad)	Γωνία φ_2 (grad)	Μήκος L_1 (m)
E3	45.9595	33.0883	2.184
E4	44.5297	32.1539	2.142
1	50.2674	35.8373	2.328
2	48.6911	34.8436	2.272
3	47.4832	34.0724	2.231
4	46.7647	33.6099	2.208
5	46.5497	33.4710	2.202
6	46.8825	33.6859	2.212
7	46.8505	33.6653	2.211
8	44.8690	32.3765	2.151
9	43.3646	31.3849	2.110
10	42.4198	30.7566	2.085
11	42.1207	30.5569	2.077
12	42.5334	30.8324	2.088
13	43.1755	31.2595	2.105
14	40.7518	29.6376	2.043
15	38.8117	28.3210	1.999
16	37.5665	27.4679	1.972
17	37.1860	27.2061	1.965
18	37.7434	27.5895	1.976

Πίνακας 3.23: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα II για βάθος νερού 10cm
 Table 3.23: Calculation of elements at reference system II for water depth 10cm

- Βάθος νερού 25,1 cm

Σκόπευση προς	Γωνία ϕ_1 (grad)	Γωνία ϕ_2 (grad)	Μήκος L_1 (m)
E3	46.9775	33.7472	2.011
E4	45.5212	32.8030	1.971
1	51.3697	36.5234	2.151
2	49.7645	35.5219	2.096
3	48.5284	34.7402	2.057
4	47.8007	34.2759	2.035
5	47.5856	34.1381	2.029
6	47.9163	34.3498	2.039
7	47.8853	34.3300	2.038
8	45.8668	33.0280	1.980
9	44.3242	32.0187	1.939
10	43.3675	31.3868	1.915
11	43.0647	31.1859	1.908
12	43.4815	31.4624	1.918
13	44.1380	31.8961	1.934
14	41.6579	30.2470	1.875
15	39.6708	28.9059	1.832
16	38.3966	28.0373	1.807
17	38.0086	27.7715	1.799
18	38.5799	28.1626	1.810

Πίνακας 3.24: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα II για βάθος νερού 25.1cm
 Table 3.24: Calculation of elements at reference system II for water depth 25.1cm

- Βάθος νερού 39,6 cm

Σκόπευση προς	Γωνία ϕ_1 (grad)	Γωνία ϕ_2 (grad)	Μήκος L_1 (m)
E3	48.0392	34.4284	1.843
E4	46.5513	33.4720	1.804
1	52.5302	37.2374	1.979
2	50.8889	36.2250	1.926
3	49.6335	35.4394	1.888
4	48.8889	34.9691	1.867
5	48.6659	34.8276	1.861
6	49.0090	35.0451	1.870
7	48.9664	35.0182	1.869
8	46.9070	33.7017	1.813
9	45.3331	32.6802	1.774
10	44.3531	32.0377	1.751
11	44.0482	31.8369	1.744
12	44.4735	32.1169	1.754
13	45.1390	32.5533	1.769
14	42.6035	30.8791	1.712
15	40.5733	29.5171	1.671
16	39.2676	28.6317	1.646
17	38.8700	28.3608	1.639
18	39.4589	28.7619	1.650

Πίνακας 3.25: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα II για βάθος νερού 39.6cm
 Table 3.25: Calculation of elements at reference system II for water depth 39.6cm

- Βάθος νερού 59,9 cm

Σκόπευση προς	Γωνία φ_1 (grad)	Γωνία φ_2 (grad)	Μήκος L_1 (m)
E3	49.6449	35.4466	1.603
E4	48.1073	34.4719	1.566
1	54.2932	38.3053	1.733
2	52.6037	37.2824	1.682
3	51.3066	36.4843	1.646
4	50.5293	36.0010	1.626
5	50.3011	35.8584	1.620
6	50.6523	36.0777	1.629
7	50.6122	36.0527	1.628
8	48.4841	34.7120	1.575
9	46.8627	33.6731	1.538
10	45.8372	33.0088	1.516
11	45.5280	32.8074	1.510
12	45.9470	33.0802	1.519
13	46.6549	33.5390	1.534
14	44.0335	31.8272	1.480
15	41.9301	30.4294	1.441
16	40.5815	29.5226	1.418
17	40.1602	29.2378	1.412
18	40.7743	29.6528	1.422

Πίνακας 3.26: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα II για βάθος νερού 59.9cm
 Table 3.26: Calculation of elements at reference system II for water depth 59.9cm

3.5.2 Δεύτερο στάδιο υπολογισμών της μεθοδολογίας

Αφού έχουν υπολογιστεί οι γωνίες πρόσπτωσης και διάθλασης, στο δεύτερο στάδιο της προτεινόμενης μεθόδου, σε πρώτη φάση υπολογίζονται αποστάσεις της ακτινοβολίας από την στιγμή που εισέρχεται στο νερό, και πραγματοποιούνται οι απαραίτητες διορθώσεις έτσι ώστε να προκύψει η τελική διορθωμένη κεκλιμένη απόσταση, απαλλαγμένη από τις επιδράσεις της διάθλασης και της καθυστέρησης του σήματος μέσα στο νερό.

Το στάδιο αποτελείται από δύο φάσεις:

1. Η πρώτη φάση αφορά στον υπολογισμό των μηκών και στην διόρθωσή τους από τις εκτροπές της διάθλασης και τις καθυστερήσεις του σήματος μέσα στο νερό και
2. Η δεύτερη φάση, με βάση τους υπολογισμούς της πρώτης φάσης, αφορά στους εξής υπολογισμούς:
 - στο τελικό διορθωμένο κεκλιμένο μήκος και
 - στις διορθώσεις των κατακόρυφων γωνιών λόγω επίδρασης της διάθλασης στην ακτίνα λέιζερ.

Επομένως για τα διάφορα βάθη του νερού στα οποία πραγματοποιήθηκαν μετρήσεις και για τα δύο όργανα έχουμε:

- **Όργανο Leica TCRM 1201+**

- Βάθος νερού 10 cm

Σημεία	φ_1 (grad)	φ_2 (grad)	L_1 (m)	L_2' (m)	L_2 (m)	L (m)	d (m)	Δh (m)	S (m)	Δz (grad)	$\Delta \text{top} \theta z$
E3	44.9721	32.4452	2.415	0.152	0.113	2.567	0.099	1.8369	2.526	0.5570	155.5849
E4	48.4703	34.7044	2.538	0.155	0.115	2.693	0.099	1.8369	2.650	0.5950	152.1247
1	46.6697	33.5496	2.472	0.161	0.120	2.633	0.103	1.8369	2.589	0.6020	153.9323
2	46.7101	33.5758	2.473	0.160	0.119	2.633	0.102	1.8369	2.589	0.5972	153.8871
3	47.1721	33.8736	2.490	0.158	0.118	2.648	0.101	1.8369	2.605	0.5959	153.4238
4	48.0593	34.4424	2.522	0.160	0.119	2.682	0.102	1.8369	2.638	0.6083	152.5490
5	49.2658	35.2087	2.568	0.160	0.119	2.728	0.101	1.8369	2.684	0.6160	151.3502
6	50.7387	36.1328	2.628	0.163	0.121	2.791	0.102	1.8369	2.746	0.6364	149.8977
7	42.7924	31.0059	2.348	0.152	0.113	2.500	0.100	1.8369	2.459	0.5395	157.7471
8	42.8163	31.0218	2.348	0.153	0.113	2.501	0.100	1.8369	2.460	0.5407	157.7244
9	43.4040	31.4121	2.366	0.152	0.113	2.518	0.100	1.8369	2.477	0.5441	157.1401
10	44.4902	32.1289	2.399	0.153	0.113	2.552	0.099	1.8369	2.511	0.5546	156.0644
11	45.9550	33.0865	2.447	0.154	0.114	2.601	0.099	1.8369	2.559	0.5700	154.6150
12	47.7253	34.2288	2.510	0.156	0.116	2.666	0.100	1.8369	2.623	0.5926	152.8673
13	38.4514	28.0757	2.232	0.145	0.108	2.377	0.098	1.8369	2.338	0.4765	162.0251
14	38.5218	28.1238	2.233	0.146	0.108	2.379	0.098	1.8369	2.340	0.4781	161.9563
15	39.2554	28.6244	2.252	0.145	0.108	2.397	0.097	1.8369	2.358	0.4847	161.2293
16	40.5980	29.5347	2.286	0.147	0.109	2.433	0.097	1.8369	2.394	0.5012	159.9032
17	42.4132	30.7532	2.337	0.147	0.109	2.484	0.097	1.8369	2.444	0.5194	158.1062
18	44.5886	32.1936	2.402	0.151	0.112	2.553	0.098	1.8369	2.512	0.5480	155.9594

Πίνακας 3.27: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα I για βάθος νερού 10cm
Table 3.27: Calculation of elements at reference system I for water depth 10cm

- Βάθος νερού 25.1 cm

Σημεία	φ_1 (grad)	φ_2 (grad)	L_1 (m)	L_2' (m)	L_2 (m)	L (m)	d (m)	Δh (m)	S (m)	Δz (grad)	$\Delta \text{top} \theta z$
E3	45.8550	33.0214	2.243	0.387	0.287	2.630	0.250	1.6859	2.525	1.4506	155.5956
E4	49.4231	35.3080	2.363	0.395	0.293	2.758	0.249	1.6859	2.650	1.5502	152.1271
1	47.5883	34.1410	2.299	0.397	0.295	2.696	0.254	1.6859	2.588	1.5214	153.9331
2	47.6291	34.1671	2.300	0.396	0.294	2.696	0.253	1.6859	2.588	1.5176	153.8885
3	48.0991	34.4678	2.316	0.396	0.294	2.712	0.252	1.6859	2.604	1.5273	153.4282
4	49.0017	35.0417	2.348	0.397	0.295	2.745	0.251	1.6859	2.636	1.5499	152.5482
5	50.2307	35.8155	2.393	0.400	0.297	2.793	0.251	1.6859	2.683	1.5827	151.3520
6	51.7282	36.7461	2.452	0.405	0.301	2.857	0.252	1.6859	2.745	1.6277	149.8995
7	43.6384	31.5672	2.178	0.384	0.285	2.562	0.251	1.6859	2.459	1.3924	157.7540
8	43.6626	31.5832	2.179	0.383	0.285	2.562	0.250	1.6859	2.459	1.3908	157.7282
9	44.2611	31.9782	2.195	0.385	0.286	2.580	0.250	1.6859	2.476	1.4076	157.1465
10	45.3667	32.7032	2.228	0.387	0.287	2.615	0.250	1.6859	2.510	1.4399	156.0732
11	46.8630	33.6745	2.275	0.389	0.289	2.664	0.249	1.6859	2.558	1.4789	154.6159
12	48.6660	34.8288	2.336	0.394	0.293	2.730	0.250	1.6859	2.622	1.5326	152.8666
13	39.2148	28.5967	2.066	0.371	0.276	2.437	0.248	1.6859	2.338	1.2470	162.0322
14	39.2820	28.6425	2.067	0.372	0.276	2.439	0.249	1.6859	2.340	1.2501	161.9681
15	40.0332	29.1527	2.085	0.374	0.278	2.459	0.249	1.6859	2.359	1.2759	161.2427
16	41.3985	30.0739	2.118	0.376	0.279	2.494	0.249	1.6859	2.393	1.3136	159.9151
17	43.2531	31.3120	2.167	0.380	0.282	2.547	0.249	1.6859	2.445	1.3698	158.1167
18	45.4719	32.7719	2.231	0.384	0.285	2.615	0.248	1.6859	2.511	1.4316	155.9597

Πίνακας 3.28: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα I για βάθος νερού 25.1cm
Table 3.28: Calculation of elements at reference system I for water depth 25.1cm

ο Βάθος νερού 39,6 cm

Σημεία	φ_1 (grad)	φ_2 (grad)	L_1 (m)	L_2' (m)	L_2 (m)	L (m)	d (m)	Δh (m)	S (m)	Δz (grad)	$\Delta\sigma_{\theta z}$
E3	46.7825	33.6225	2.077	0.616	0.458	2.693	0.395	1.5409	2.526	2.3668	155.5843
E4	50.4152	35.9309	2.194	0.629	0.467	2.823	0.395	1.5409	2.651	2.5327	152.1175
1	48.5450	34.7519	2.131	0.629	0.467	2.760	0.399	1.5409	2.589	2.4695	153.9245
2	48.5886	34.7796	2.132	0.628	0.466	2.760	0.398	1.5409	2.589	2.4665	153.8779
3	49.0703	35.0851	2.148	0.628	0.466	2.776	0.397	1.5409	2.605	2.4840	153.4137
4	49.9906	35.6651	2.179	0.630	0.468	2.809	0.396	1.5409	2.637	2.5214	152.5308
5	51.2399	36.4442	2.223	0.635	0.472	2.858	0.396	1.5409	2.684	2.5773	151.3374
6	52.7623	37.3805	2.280	0.643	0.477	2.923	0.397	1.5409	2.746	2.6485	149.8862
7	44.5143	32.1448	2.013	0.611	0.453	2.624	0.397	1.5409	2.460	2.2664	157.7521
8	44.5442	32.1644	2.014	0.610	0.453	2.624	0.396	1.5409	2.460	2.2651	157.7209
9	45.1544	32.5645	2.031	0.611	0.454	2.642	0.396	1.5409	2.477	2.2927	157.1383
10	46.2823	33.2989	2.062	0.615	0.456	2.677	0.395	1.5409	2.511	2.3444	156.0621
11	47.8103	34.2832	2.108	0.619	0.460	2.727	0.395	1.5409	2.559	2.4124	154.6021
12	49.6446	35.4476	2.167	0.627	0.466	2.794	0.395	1.5409	2.623	2.4994	152.8548
13	40.0057	29.1340	1.905	0.592	0.440	2.497	0.395	1.5409	2.339	2.0342	162.0285
14	40.0721	29.1790	1.906	0.592	0.439	2.498	0.394	1.5409	2.340	2.0357	161.9636
15	40.8363	29.6955	1.923	0.595	0.442	2.518	0.395	1.5409	2.359	2.0754	161.2391
16	42.2343	30.6338	1.956	0.599	0.445	2.555	0.394	1.5409	2.395	2.1443	159.9100
17	44.1215	31.8862	2.003	0.605	0.449	2.608	0.394	1.5409	2.446	2.2344	158.1129
18	46.3897	33.3685	2.065	0.613	0.455	2.678	0.394	1.5409	2.513	2.3417	155.9520

Πίνακας 3.29: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα I για βάθος νερού 39.6cm
Table 3.29: Calculation of elements at reference system I for water depth 39.6cm

ο Βάθος νερού 59,9 cm

Σημεία	φ_1 (grad)	φ_2 (grad)	L_1 (m)	L_2' (m)	L_2 (m)	L (m)	d (m)	Δh (m)	S (m)	Δz (grad)	$\Delta\sigma_{\theta z}$
E3	48.1673	34.5113	1.840	0.940	0.698	2.780	0.598	1.3379	2.526	3.7469	155.5796
E4	51.9111	36.8588	1.952	0.960	0.713	2.912	0.597	1.3379	2.650	4.0160	152.1049
1	49.9803	35.6586	1.891	0.957	0.710	2.848	0.602	1.3379	2.589	3.8990	153.9187
2	50.0289	35.6891	1.893	0.956	0.710	2.849	0.601	1.3379	2.590	3.9004	153.8715
3	50.5216	35.9974	1.908	0.958	0.712	2.866	0.601	1.3379	2.606	3.9342	153.4126
4	51.4673	36.5850	1.937	0.963	0.715	2.900	0.600	1.3379	2.638	3.9994	152.5321
5	52.7544	37.3757	1.980	0.969	0.720	2.949	0.599	1.3379	2.684	4.0876	151.3332
6	54.3179	38.3214	2.035	0.980	0.728	3.015	0.600	1.3379	2.746	4.1998	149.8819
7	45.8273	33.0034	1.779	0.931	0.691	2.710	0.600	1.3379	2.460	3.5797	157.7524
8	45.8572	33.0229	1.780	0.929	0.690	2.709	0.599	1.3379	2.460	3.5767	157.7195
9	46.4895	33.4331	1.796	0.932	0.692	2.728	0.599	1.3379	2.478	3.6244	157.1349
10	47.6525	34.1821	1.826	0.938	0.697	2.764	0.599	1.3379	2.511	3.7106	156.0581
11	49.2211	35.1805	1.869	0.946	0.702	2.815	0.598	1.3379	2.559	3.8239	154.6028
12	51.1170	36.3680	1.926	0.958	0.711	2.884	0.598	1.3379	2.624	3.9656	152.8486
13	41.1719	29.9216	1.676	0.903	0.670	2.579	0.598	1.3379	2.339	3.2081	162.0362
14	41.2541	29.9768	1.678	0.903	0.671	2.581	0.598	1.3379	2.341	3.2144	161.9603
15	42.0420	30.5053	1.694	0.907	0.673	2.601	0.598	1.3379	2.360	3.2762	161.2342
16	43.4784	31.4613	1.725	0.914	0.679	2.639	0.598	1.3379	2.395	3.3879	159.9095
17	45.4260	32.7419	1.770	0.922	0.685	2.692	0.596	1.3379	2.445	3.5321	158.1061
18	47.7596	34.2507	1.829	0.935	0.694	2.764	0.596	1.3379	2.512	3.7086	155.9490

Πίνακας 3.30: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα I για βάθος νερού 59.9cm
Table 3.30: Calculation of elements at reference system I for water depth 59.9cm

- **Όργανο Leica TM30**
 - Βάθος νερού 10 cm

Σημεία	φ_1 (grad)	φ_2 (grad)	L_1 (m)	L_2' (m)	L_2 (m)	L (m)	d (m)	Δh (m)	S (m)	Δz (grad)	$\Delta \text{ιοθ } z$
E3	45.9595	33.0883	2.184	0.150	0.112	2.334	0.097	1.63888	2.293	0.6225	154.6630
E4	44.5297	32.1539	2.142	0.149	0.111	2.291	0.097	1.63888	2.251	0.6053	156.0756
1	50.2674	35.8373	2.328	0.161	0.120	2.489	0.101	1.63888	2.445	0.7017	150.4343
2	48.6911	34.8436	2.272	0.158	0.118	2.430	0.100	1.63888	2.387	0.6775	151.9864
3	47.4832	34.0724	2.231	0.157	0.116	2.388	0.100	1.63888	2.345	0.6605	153.1773
4	46.7647	33.6099	2.208	0.156	0.116	2.364	0.100	1.63888	2.322	0.6500	153.8853
5	46.5497	33.4710	2.202	0.154	0.115	2.356	0.099	1.63888	2.314	0.6431	154.0934
6	46.8825	33.6859	2.212	0.157	0.117	2.369	0.101	1.63888	2.326	0.6562	153.7737
7	46.8505	33.6653	2.211	0.153	0.114	2.364	0.098	1.63888	2.322	0.6400	153.7895
8	44.8690	32.3765	2.151	0.150	0.111	2.301	0.097	1.63888	2.260	0.6096	155.7406
9	43.3646	31.3849	2.110	0.149	0.111	2.259	0.098	1.63888	2.219	0.5951	157.2305
10	42.4198	30.7566	2.085	0.147	0.109	2.232	0.097	1.63888	2.192	0.5781	158.1583
11	42.1207	30.5569	2.077	0.147	0.109	2.224	0.097	1.63888	2.184	0.5739	158.4532
12	42.5334	30.8324	2.088	0.149	0.111	2.237	0.098	1.63888	2.197	0.5869	158.0535
13	43.1755	31.2595	2.105	0.147	0.109	2.252	0.096	1.63888	2.212	0.5860	157.4105
14	40.7518	29.6376	2.043	0.145	0.107	2.188	0.096	1.63888	2.149	0.5523	159.8005
15	38.8117	28.3210	1.999	0.143	0.106	2.142	0.096	1.63888	2.104	0.5271	161.7154
16	37.5665	27.4679	1.972	0.141	0.104	2.113	0.095	1.63888	2.076	0.5057	162.9392
17	37.1860	27.2061	1.965	0.141	0.105	2.106	0.096	1.63888	2.068	0.5045	163.3185
18	37.7434	27.5895	1.976	0.143	0.106	2.119	0.096	1.63888	2.081	0.5155	162.7721

Πίνακας 3.31: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα II για βάθος νερού 10cm
Table 3.31: Calculation of elements at reference system II for water depth 10cm

- Βάθος νερού 25,1 cm

Σημεία	φ_1 (grad)	φ_2 (grad)	L_1 (m)	L_2' (m)	L_2 (m)	L (m)	d (m)	Δh (m)	S (m)	Δz (grad)	$\Delta \text{ιοθ } z$
E3	46.9775	33.7472	2.011	0.387	0.287	2.398	0.248	1.48788	2.293	1.6463	154.6688
E4	45.5212	32.8030	1.971	0.383	0.285	2.354	0.248	1.48788	2.250	1.5987	156.0775
1	51.3697	36.5234	2.151	0.404	0.300	2.555	0.252	1.48788	2.444	1.8064	150.4367
2	49.7645	35.5219	2.096	0.399	0.296	2.495	0.251	1.48788	2.386	1.7521	151.9876
3	48.5284	34.7402	2.057	0.395	0.293	2.452	0.251	1.48788	2.344	1.7110	153.1826
4	47.8007	34.2759	2.035	0.393	0.292	2.428	0.250	1.48788	2.321	1.6874	153.8867
5	47.5856	34.1381	2.029	0.391	0.291	2.420	0.250	1.48788	2.314	1.6764	154.0908
6	47.9163	34.3498	2.039	0.394	0.293	2.433	0.251	1.48788	2.326	1.6958	153.7795
7	47.8853	34.3300	2.038	0.391	0.291	2.429	0.249	1.48788	2.322	1.6835	153.7982
8	45.8668	33.0280	1.980	0.386	0.287	2.366	0.249	1.48788	2.262	1.6167	155.7499
9	44.3242	32.0187	1.939	0.383	0.284	2.322	0.249	1.48788	2.219	1.5667	157.2425
10	43.3675	31.3868	1.915	0.380	0.282	2.295	0.248	1.48788	2.193	1.5311	158.1636
11	43.0647	31.1859	1.908	0.379	0.281	2.287	0.248	1.48788	2.185	1.5209	158.4562
12	43.4815	31.4624	1.918	0.381	0.283	2.299	0.249	1.48788	2.197	1.5383	158.0568
13	44.1380	31.8961	1.934	0.380	0.282	2.314	0.247	1.48788	2.212	1.5502	157.4122
14	41.6579	30.2470	1.875	0.374	0.278	2.249	0.247	1.48788	2.149	1.4660	159.8081
15	39.6708	28.9059	1.832	0.371	0.275	2.203	0.247	1.48788	2.104	1.4018	161.7310
16	38.3966	28.0373	1.807	0.368	0.274	2.175	0.247	1.48788	2.077	1.3583	162.9617
17	38.0086	27.7715	1.799	0.366	0.272	2.165	0.246	1.48788	2.068	1.3393	163.3307
18	38.5799	28.1626	1.810	0.367	0.272	2.177	0.246	1.48788	2.079	1.3583	162.7784

Πίνακας 3.32: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα II για βάθος νερού 25.1cm
Table 3.32: Calculation of elements at reference system II for water depth 25.1cm

ο Βάθος νερού 39,6 cm

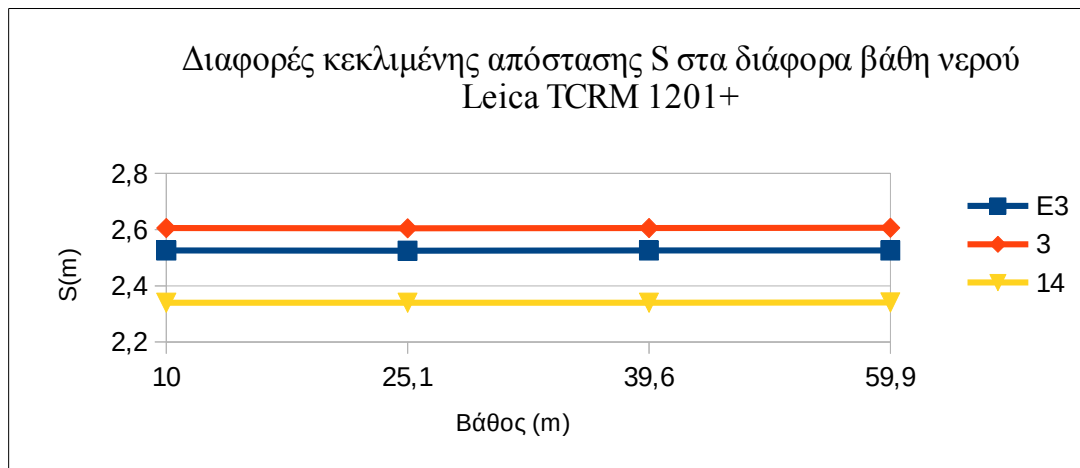
Σημεία	φ_1 (grad)	φ_2 (grad)	L_1 (m)	L_2' (m)	L_2 (m)	L (m)	d (m)	Δh (m)	S (m)	Δz (grad)	$\Delta \text{top } z$
E3	48.0392	34.4284	1.843	0.618	0.459	2.461	0.393	1.34288	2.294	2.7023	154.6631
E4	46.5513	33.4720	1.804	0.612	0.454	2.416	0.393	1.34288	2.251	2.6225	156.0712
1	52.5302	37.2374	1.979	0.642	0.476	2.621	0.397	1.34288	2.445	2.9529	150.4227
2	50.8889	36.2250	1.926	0.634	0.471	2.560	0.396	1.34288	2.387	2.8668	151.9779
3	49.6335	35.4394	1.888	0.628	0.466	2.516	0.396	1.34288	2.345	2.7987	153.1652
4	48.8889	34.9691	1.867	0.624	0.463	2.491	0.395	1.34288	2.321	2.7578	153.8689
5	48.6659	34.8276	1.861	0.622	0.462	2.483	0.395	1.34288	2.314	2.7432	154.0773
6	49.0090	35.0451	1.870	0.625	0.464	2.495	0.395	1.34288	2.325	2.7645	153.7555
7	48.9664	35.0182	1.869	0.624	0.463	2.493	0.395	1.34288	2.323	2.7601	153.7937
8	46.9070	33.7017	1.813	0.615	0.457	2.428	0.394	1.34288	2.262	2.6469	155.7399
9	45.3331	32.6802	1.774	0.609	0.452	2.383	0.394	1.34288	2.219	2.5623	157.2292
10	44.3531	32.0377	1.751	0.605	0.449	2.356	0.394	1.34288	2.194	2.5075	158.1544
11	44.0482	31.8369	1.744	0.603	0.448	2.347	0.393	1.34288	2.185	2.4877	158.4395
12	44.4735	32.1169	1.754	0.606	0.450	2.360	0.394	1.34288	2.197	2.5167	158.0432
13	45.1390	32.5533	1.769	0.606	0.450	2.375	0.392	1.34288	2.212	2.5429	157.4039
14	42.6035	30.8791	1.712	0.598	0.444	2.310	0.393	1.34288	2.150	2.4074	159.8039
15	40.5733	29.5171	1.671	0.592	0.440	2.263	0.393	1.34288	2.105	2.2978	161.7245
16	39.2676	28.6317	1.646	0.587	0.436	2.233	0.392	1.34288	2.077	2.2210	162.9534
17	38.8700	28.3608	1.639	0.585	0.434	2.224	0.392	1.34288	2.069	2.1971	163.3271
18	39.4589	28.7619	1.650	0.586	0.435	2.236	0.392	1.34288	2.080	2.2283	162.7694

Πίνακας 3.33: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα II για βάθος νερού 39.6cm
Table 3.33: Calculation of elements at reference system II for water depth 39.6cm

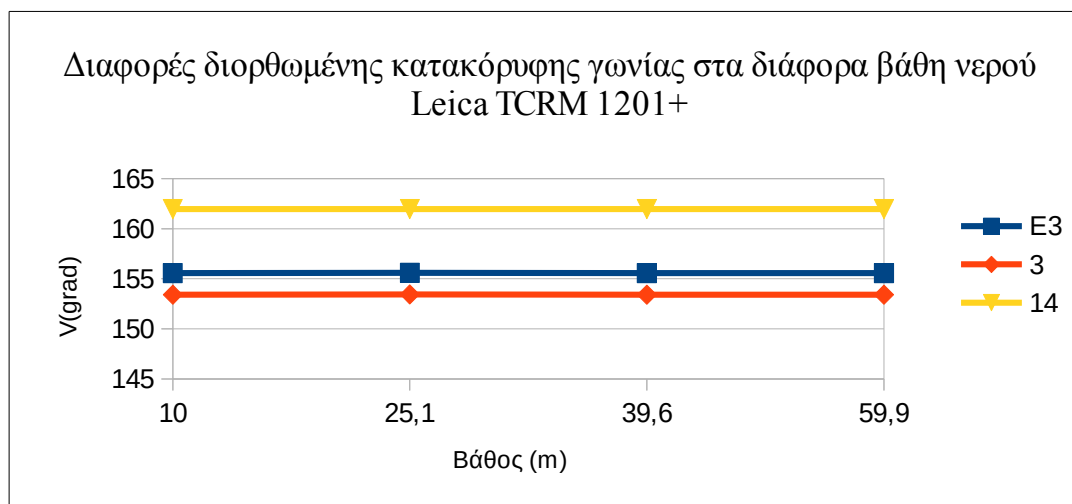
ο Βάθος νερού 59,9 cm

Σημεία	φ_1 (grad)	φ_2 (grad)	L_1 (m)	L_2' (m)	L_2 (m)	L (m)	d (m)	Δh (m)	S (m)	Δz (grad)	$\Delta \text{top } z$
E3	49.6449	35.4466	1.603	0.946	0.702	2.549	0.596	1.13988	2.293	4.3156	154.6707
E4	48.1073	34.4719	1.566	0.937	0.696	2.503	0.596	1.13988	2.251	4.1850	156.0777
1	54.2932	38.3053	1.733	0.981	0.729	2.714	0.601	1.13988	2.445	4.7184	150.4252
2	52.6037	37.2824	1.682	0.969	0.719	2.651	0.599	1.13988	2.387	4.5767	151.9730
3	51.3066	36.4843	1.646	0.960	0.713	2.606	0.599	1.13988	2.345	4.4671	153.1605
4	50.5293	36.0010	1.626	0.954	0.709	2.580	0.598	1.13988	2.321	4.4001	153.8708
5	50.3011	35.8584	1.620	0.951	0.706	2.571	0.597	1.13988	2.313	4.3755	154.0744
6	50.6523	36.0777	1.629	0.955	0.709	2.584	0.598	1.13988	2.325	4.4106	153.7583
7	50.6122	36.0527	1.628	0.954	0.709	2.582	0.598	1.13988	2.323	4.4049	153.7927
8	48.4841	34.7120	1.575	0.941	0.699	2.516	0.597	1.13988	2.262	4.2234	155.7393
9	46.8627	33.6731	1.538	0.931	0.691	2.469	0.597	1.13988	2.219	4.0817	157.2190
10	45.8372	33.0088	1.516	0.925	0.687	2.441	0.596	1.13988	2.193	3.9918	158.1546
11	45.5280	32.8074	1.510	0.922	0.685	2.432	0.596	1.13988	2.185	3.9623	158.4343
12	45.9470	33.0802	1.519	0.926	0.688	2.445	0.597	1.13988	2.197	4.0046	158.0576
13	46.6549	33.5390	1.534	0.927	0.689	2.461	0.595	1.13988	2.212	4.0567	157.4018
14	44.0335	31.8272	1.480	0.914	0.679	2.394	0.596	1.13988	2.150	3.8315	159.7980
15	41.9301	30.4294	1.441	0.904	0.671	2.345	0.596	1.13988	2.105	3.6481	161.7180
16	40.5815	29.5226	1.418	0.897	0.666	2.315	0.595	1.13988	2.077	3.5280	162.9465
17	40.1602	29.2378	1.412	0.894	0.664	2.306	0.595	1.13988	2.069	3.4906	163.3304
18	40.7743	29.6528	1.422	0.896	0.666	2.318	0.595	1.13988	2.080	3.5420	162.7677

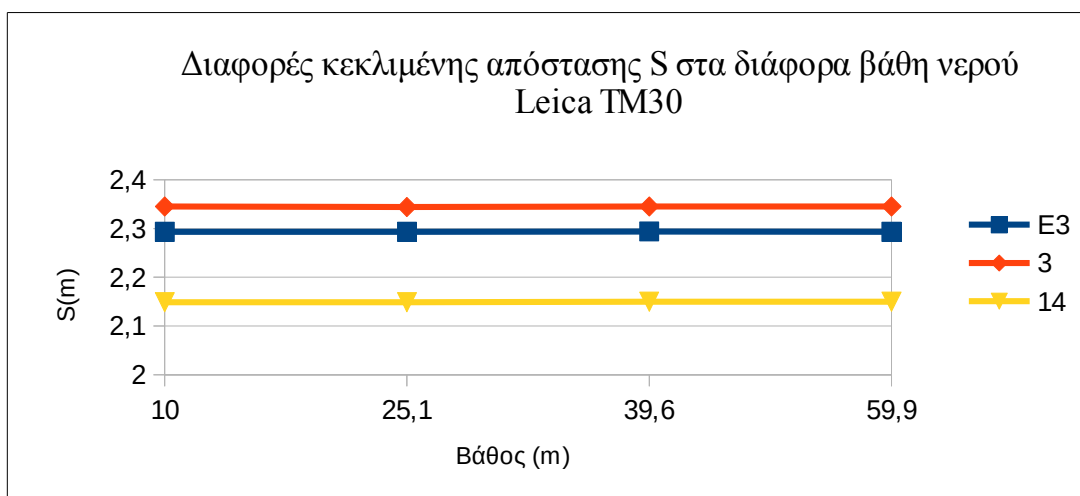
Πίνακας 3.34: Υπολογισμός μεγεθών στο σύστημα II για βάθος νερού 59.9cm
Table 3.34: Calculation of elements at reference system II for water depth 59.9cm



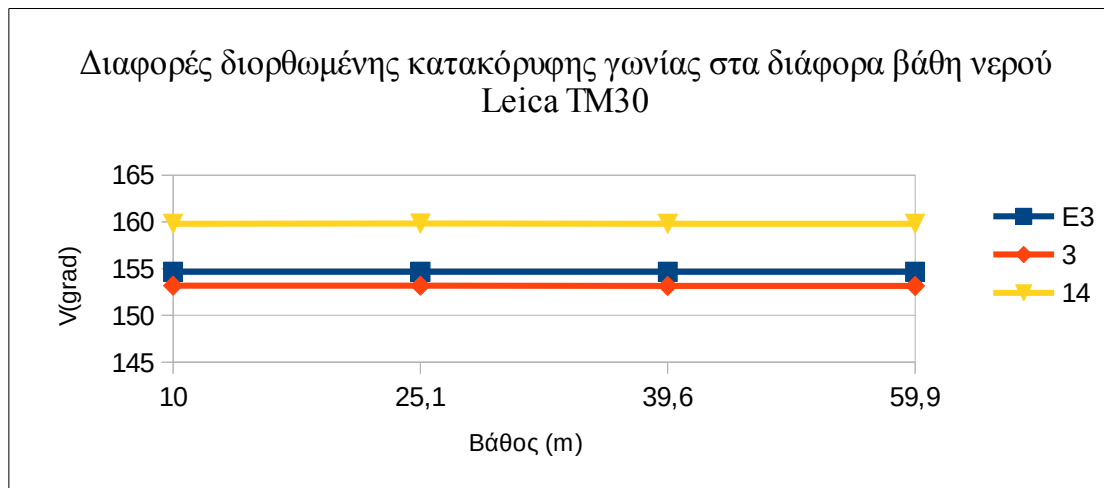
Διάγραμμα 3.3: Διαφορές κεκλιμένης απόστασης σε σχέση με το βάθος του νερού
Graph 3.3: Differences of slope distance in relation to water depth



Διάγραμμα 3.4: Διαφορές κατακόρυφης γωνίας σε σχέση με το βάθος του νερού
Graph 3.4: Differences of vertical angle in relation to water depth



Διάγραμμα 3.5: Διαφορές κεκλιμένης απόστασης σε σχέση με το βάθος του νερού
Graph 3.5: Differences of slope distance in relation to water depth



*Διάγραμμα 3.6: Διαφορές κατακόρυφης γωνίας σε σχέση με το βάθος του νερού
Graph 3.6: Differences of vertical angle in relation to water depth*

Από τα παραπάνω διαγράμματα φαίνεται ότι η μεθοδολογία δίνει καλά και αξιόπιστα αποτελέσματα για όλα τα βάθη του νερού, καθώς τα διαγράμματα των μεγεθών είναι ευθείες γραμμές παράλληλες στον άξονα x, οπότε υπάρχουν πολύ μικρές διαφοροποιήσεις στις τιμές για τα διάφορα βάθη.

3.5.3 Τρίτο στάδιο υπολογισμών της μεθοδολογίας

Μετά τον υπολογισμό των διορθώσεων, έχοντας πλέον τα διορθωμένα μήκη και τις διορθωμένες κατακόρυφες γωνίες, με βάση την μέθοδο που αναπτύχθηκε στο τρίτο στάδιο της προτεινόμενης μεθοδολογίας, προσδιορίζονται οι διορθωμένες, πλέον, συντεταγμένες των σημείων της δεξαμενής. Οι συντεταγμένες που προκύπτουν συγκρίνονται με τις συντεταγμένες αναφοράς των σημείων αυτών, για να μπορέσει να γίνει αξιολόγηση της προτεινόμενης μεθόδου, κατά πόσο δηλαδή προσφέρει ακριβή και αξιόπιστα αποτελέσματα. Ακόμη απεικονίζεται η θέση τους στο χώρο, με την βοήθεια τρισδιάστατων γραφημάτων.

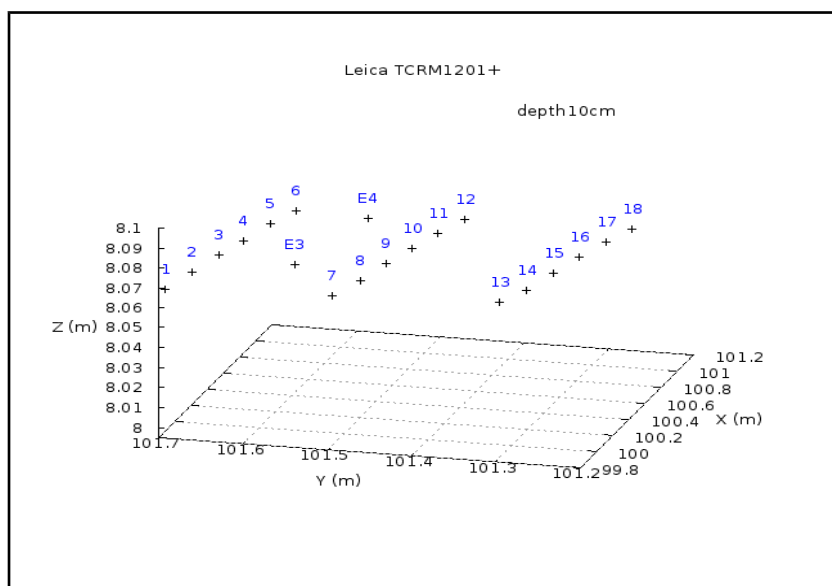
Συντεταγμένες των σημείων της δεξαμενής μετά την εφαρμογή της μεθοδολογίας

Οι συντεταγμένες των σημείων της δεξαμενής, και για τα δύο όργανα για τα διαφορετικά βάθη του νερού διαμορφώνονται ως εξής:

- Όργανο Leica TCRM 1210+
 - Βάθος νερού 10 cm

Σημείο	Xi(m)	Yi(m)	Zi(m)
E3	100.325	101.590	8.064
E4	100.921	101.559	8.064
1	100.022	101.714	8.060
2	100.223	101.701	8.061
3	100.422	101.688	8.062
4	100.622	101.678	8.061
5	100.822	101.666	8.062
6	101.023	101.654	8.061
7	100.010	101.515	8.063
8	100.211	101.501	8.063
9	100.409	101.489	8.064
10	100.610	101.478	8.064
11	100.809	101.465	8.064
12	101.010	101.453	8.063
13	99.998	101.314	8.066
14	100.197	101.302	8.065
15	100.396	101.289	8.066
16	100.597	101.277	8.066
17	100.796	101.265	8.066
18	100.998	101.254	8.065

Πίνακας 3.35: Συντεταγμένες σημείων πυθμένα στο σύστημα I για βάθος νερού 10cm
Table 3.35: Coordinates of grid points at the reference system I for water depth 10cm



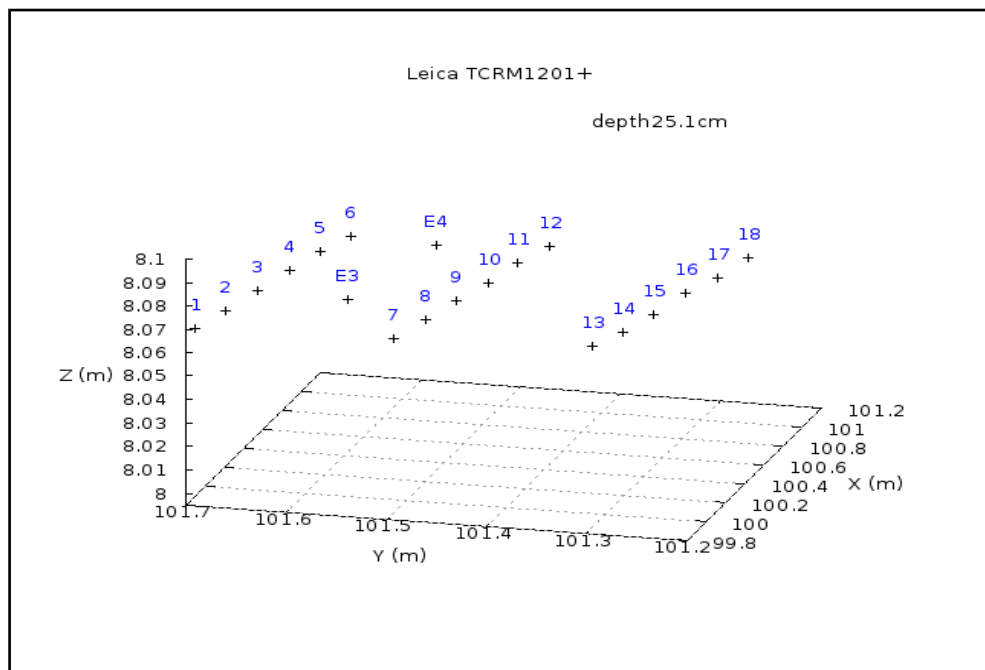
Διάγραμμα 3.7: Τρισδιάστατη απεικόνιση σημείων – βάθος νερού 10 cm

Graph 3.7: Three-dimentional depiction – depth of water 10 cm

- Βάθος νερού 25,1 cm

Σημείο	Xi(m)	Yi(m)	Zi(m)
E3	100.325	101.589	8.065
E4	100.921	101.558	8.065
1	100.022	101.713	8.061
2	100.223	101.701	8.061
3	100.422	101.688	8.062
4	100.622	101.676	8.063
5	100.822	101.665	8.063
6	101.023	101.653	8.062
7	100.010	101.514	8.063
8	100.211	101.501	8.064
9	100.409	101.489	8.064
10	100.609	101.477	8.064
11	100.809	101.465	8.065
12	101.010	101.452	8.064
13	99.998	101.313	8.066
14	100.197	101.301	8.065
15	100.396	101.290	8.065
16	100.597	101.277	8.066
17	100.796	101.265	8.065
18	100.998	101.253	8.066

Πίνακας 3.36: Συντεταγμένες σημείων πυθμένα στο σύστημα I για βάθος νερού 25.1cm
 Table 3.36: Coordinates of grid points at the reference system I for water depth 25.1cm



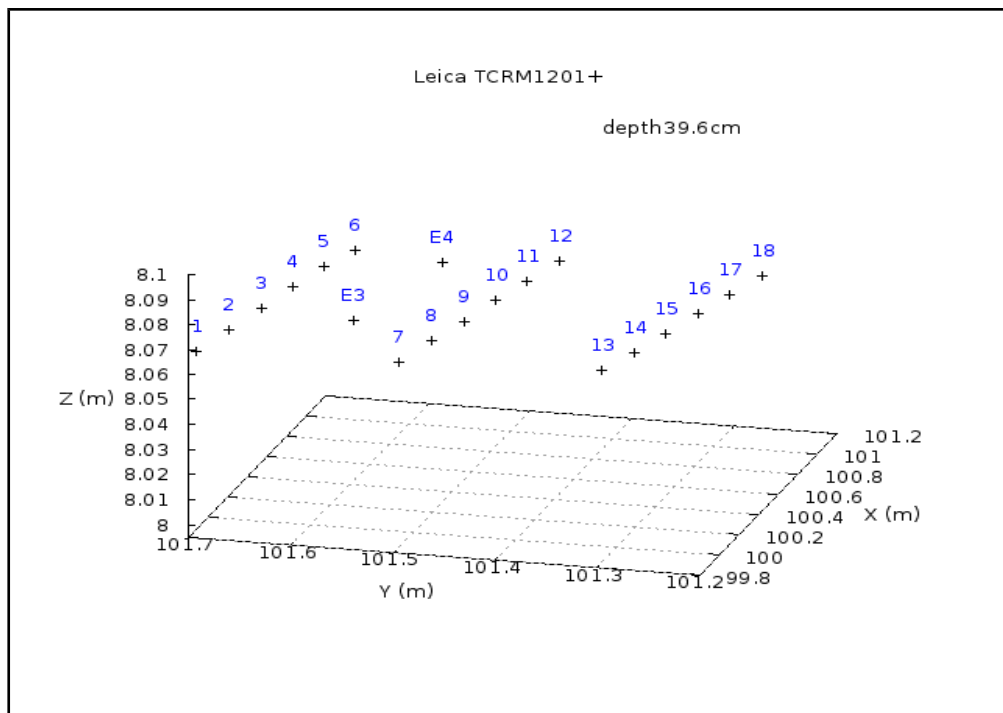
Διάγραμμα 3.8: Τρισδιάστατη απεικόνιση σημείων – βάθος νερού 25.1 cm

Graph 3.8: Three-dimentional depiction – depth of water 25.1 cm

- Βάθος νερού 39,6 cm

Σημείο	Xi(m)	Yi(m)	Zi(m)
E3	100.325	101.590	8.064
E4	100.922	101.559	8.064
1	100.022	101.714	8.060
2	100.223	101.702	8.061
3	100.423	101.689	8.062
4	100.622	101.677	8.063
5	100.822	101.666	8.063
6	101.024	101.654	8.062
7	100.010	101.515	8.062
8	100.211	101.502	8.063
9	100.409	101.490	8.063
10	100.610	101.478	8.064
11	100.810	101.465	8.064
12	101.011	101.453	8.064
13	99.998	101.314	8.065
14	100.197	101.302	8.065
15	100.396	101.290	8.065
16	100.597	101.278	8.065
17	100.797	101.266	8.065
18	100.998	101.254	8.065

Πίνακας 3.37: Συντεταγμένες σημείων πυθμένα στο σύστημα I για βάθος νερού 39.6cm
 Table 3.37: Coordinates of grid points at the reference system I for water depth 39.6cm



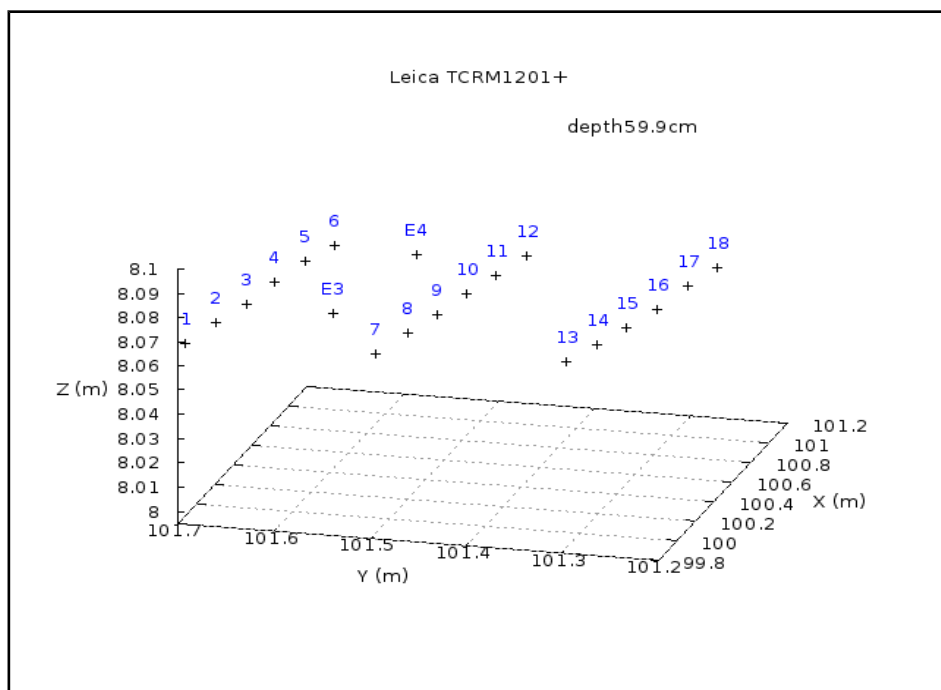
Διάγραμμα 3.9: Τρισδιάστατη απεικόνιση σημείων – βάθος νερού 39.6 cm

Graph 3.9: Three-dimentional depiction – depth of water 39.6 cm

- Βάθος νερού 59,9 cm

Σημείο	Xi(m)	Yi(m)	Zi(m)
E3	100.325	101.590	8.064
E4	100.922	101.559	8.065
1	100.022	101.714	8.060
2	100.223	101.702	8.061
3	100.423	101.689	8.061
4	100.623	101.678	8.062
5	100.822	101.666	8.063
6	101.024	101.654	8.062
7	100.010	101.515	8.062
8	100.211	101.501	8.063
9	100.409	101.490	8.063
10	100.610	101.478	8.064
11	100.810	101.465	8.064
12	101.011	101.453	8.064
13	99.998	101.314	8.065
14	100.197	101.302	8.065
15	100.396	101.290	8.064
16	100.597	101.278	8.064
17	100.796	101.265	8.066
18	100.999	101.254	8.066

Πίνακας 3.38: Συντεταγμένες σημείων πυθμένα στο σύστημα I για βάθος νερού 59.9cm
 Table 3.38: Coordinates of grid points at the reference system I for water depth 59.9cm

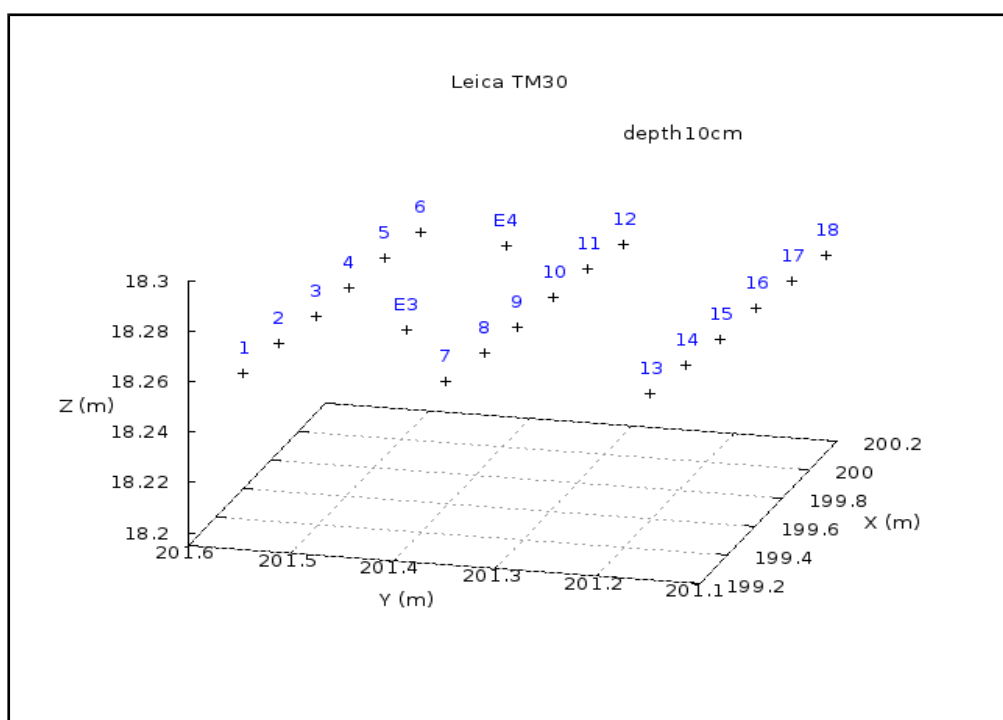


Διάγραμμα 3.10: Τρισδιάστατη απεικόνιση σημείων – βάθος νερού 59.9 cm
 Graph 3.10: Three-dimentional depiction – depth of water 59.9 cm

- Όργανο Leica TM30
 - Βάθος 10 cm

Σημείο	Xi(m)	Yi(m)	Zi(m)
E3	199.583	201.439	18.264
E4	200.180	201.421	18.264
1	199.277	201.557	18.260
2	199.479	201.549	18.261
3	199.678	201.540	18.261
4	199.878	201.534	18.261
5	200.078	201.526	18.262
6	200.280	201.519	18.261
7	199.270	201.358	18.263
8	199.471	201.348	18.264
9	199.669	201.341	18.263
10	199.870	201.333	18.264
11	200.070	201.325	18.264
12	200.271	201.317	18.263
13	199.262	201.157	18.265
14	199.462	201.149	18.265
15	199.661	201.141	18.265
16	199.862	201.133	18.266
17	200.061	201.125	18.266
18	200.263	201.118	18.265

Πίνακας 3.39: Συντεταγμένες σημείων πυθμένα στο σύστημα II για βάθος νερού 10cm
 Table 3.39: Coordinates of grid points at the reference system II for water depth 10cm

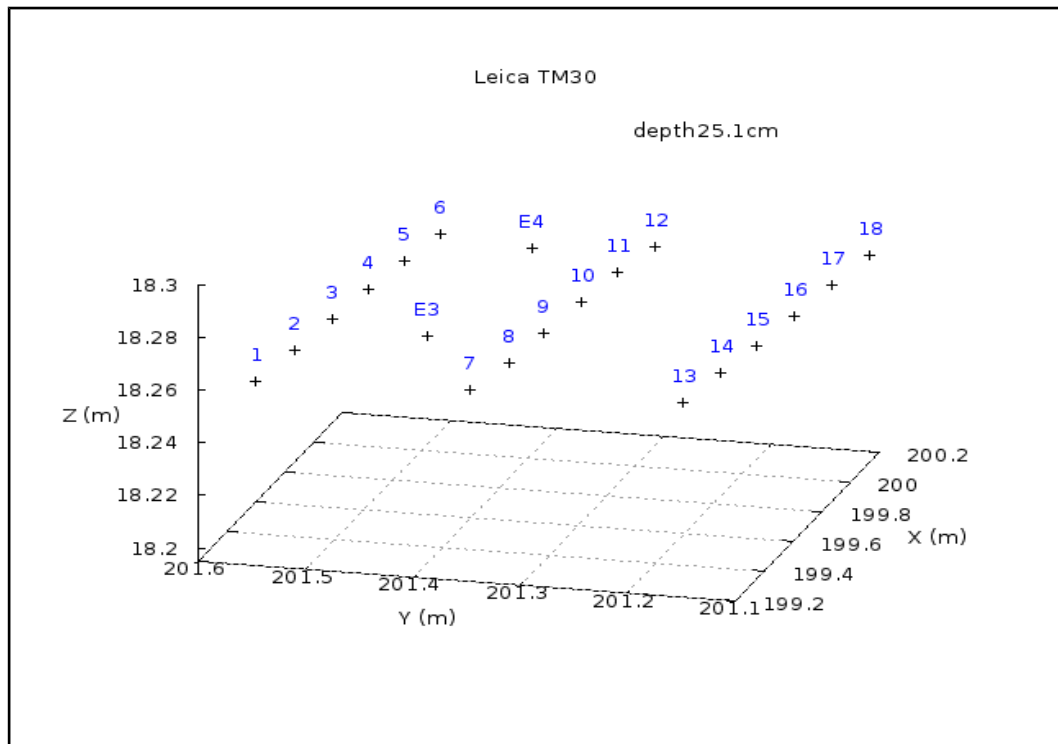


Διάγραμμα 3.11: Τρισδιάστατη απεικόνιση σημείων – βάθος νερού 10 cm
 Graph 3.11: Three-dimentional depiction – depth of water 10 cm

- Βάθος 25.1 cm

Σημείο	Xi(m)	Yi(m)	Zi(m)
E3	199.583	201.439	18.264
E4	200.180	201.421	18.264
1	199.277	201.557	18.260
2	199.479	201.548	18.261
3	199.679	201.540	18.262
4	199.878	201.533	18.262
5	200.078	201.526	18.262
6	200.279	201.519	18.261
7	199.270	201.357	18.263
8	199.471	201.348	18.263
9	199.669	201.340	18.263
10	199.870	201.333	18.264
11	200.070	201.325	18.264
12	200.271	201.317	18.263
13	199.262	201.156	18.265
14	199.462	201.148	18.265
15	199.661	201.141	18.265
16	199.861	201.133	18.265
17	200.061	201.125	18.266
18	200.263	201.117	18.266

Πίνακας 3.40: Συντεταγμένες σημείων πυθμένα στο σύστημα II για βάθος νερού 25.1cm
Table 3.40: Coordinates of grid points at the reference system II for water depth 25.1cm

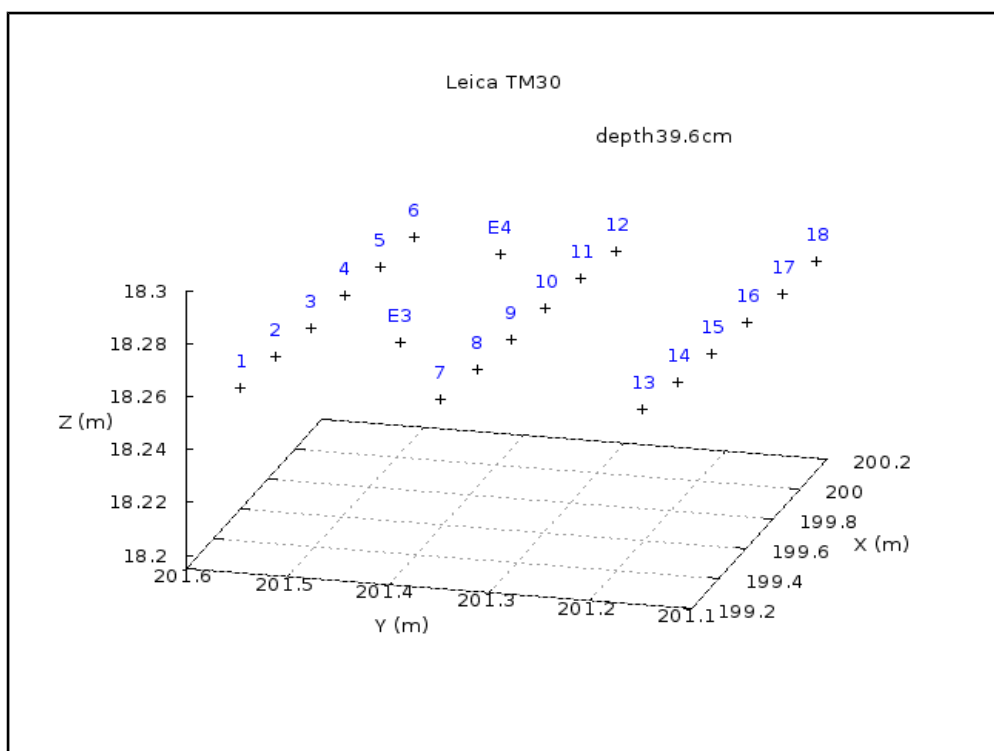


Διάγραμμα 3.12: Τρισδιάστατη απεικόνιση σημείων – βάθος νερού 25.1 cm
Graph 3.12: Three-dimentional depiction – depth of water 25.1 cm

- Βάθος 39.6 cm

Σημείο	Xi(m)	Yi(m)	Zi(m)
E3	199.583	201.440	18.264
E4	200.180	201.421	18.264
1	199.277	201.558	18.260
2	199.478	201.549	18.261
3	199.678	201.541	18.261
4	199.878	201.534	18.262
5	200.078	201.526	18.262
6	200.279	201.519	18.262
7	199.269	201.358	18.262
8	199.471	201.349	18.263
9	199.669	201.341	18.263
10	199.870	201.334	18.264
11	200.070	201.326	18.264
12	200.271	201.318	18.263
13	199.262	201.157	18.265
14	199.462	201.149	18.264
15	199.661	201.142	18.264
16	199.861	201.133	18.265
17	200.061	201.125	18.265
18	200.263	201.118	18.266

Πίνακας 3.41: Συντεταγμένες σημείων πυθμένα στο σύστημα II για βάθος νερού 39.6cm
Table 3.41: Coordinates of grid points at the reference system II for water depth 39.6cm

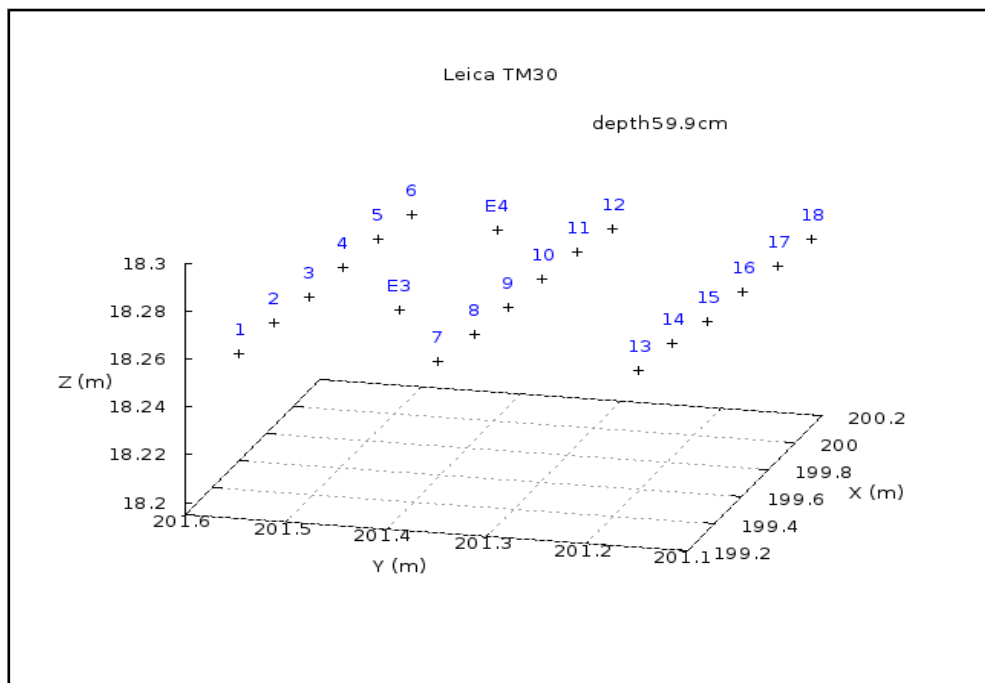


Διάγραμμα 3.13: Τρισδιάστατη απεικόνιση σημείων – βάθος νερού 39.6 cm
Graph 3.13: Three-dimentional depiction – depth of water 39.6 cm

- Βάθος 59.9 cm

Σημείο	Xi(m)	Yi(m)	Zi(m)
E3	199.583	201.439	18.264
E4	200.179	201.421	18.264
1	199.277	201.558	18.259
2	199.478	201.549	18.261
3	199.678	201.541	18.261
4	199.878	201.534	18.262
5	200.078	201.526	18.263
6	200.279	201.519	18.262
7	199.269	201.358	18.262
8	199.470	201.349	18.263
9	199.669	201.341	18.263
10	199.870	201.334	18.264
11	200.070	201.326	18.264
12	200.271	201.317	18.263
13	199.262	201.157	18.265
14	199.461	201.149	18.265
15	199.661	201.141	18.264
16	199.862	201.134	18.265
17	200.061	201.125	18.265
18	200.263	201.118	18.265

Πίνακας 3.42: Συντεταγμένες σημείων πυθμένα στο σύστημα II για βάθος νερού 59.9cm
Table 3.42: Coordinates of grid points at the reference system II for water depth 59.9cm



Διάγραμμα 3.14: Τρισδιάστατη απεικόνιση σημείων – βάθος νερού 59.9 cm
Graph 3.14: Three-dimentional depiction – depth of water 59.9 cm

3.6 Ανάλυση σφαλμάτων

Μετά την εφαρμογή της μεθοδολογίας και τον υπολογισμό των τελικών, διορθωμένων συντεταγμένων, απομένει να ελεγχθεί η ακρίβεια και η αξιοπιστία των αποτελεσμάτων της μεθοδολογίας που προτείνεται. Με βάση τις προδιαγραφές των οργάνων, υπολογίζονται αρχικά τα σφάλματα της κεκλιμένης απόστασης, της διόρθωσης της κατακόρυφης γωνίας και έπειτα μέσω αυτών των μεγεθών, υπολογίζονται οι αβεβαιότητες των διορθωμένων συντεταγμένων.

3.6.1 Αβεβαιότητες κεκλιμένου μήκους και διόρθωσης της κατακόρυφης γωνίας

Από τις προδιαγραφές των οργάνων, καθώς επίσης και από τα σφάλματα μεγεθών όπως οι δείκτες διάθλασης, η αφετηρία της ανάλυσης των σφαλμάτων έχει ως εξής:

- Όργανο Leica TCRM 1201+

Μεγέθη	Αβεβαιότητες
$n_{(αέρα)}$	0.00000022
$n_{(νερού)}$	0.00005
Δh	1 mm
φ_1	3 ^{cc}
z	3 ^{cc}
Απόσταση (RL)	2 mm
Απόσταση (IR)	1 mm

Πίνακας 3.43: Αβεβαιότητες οργάνου Leica TCRM 1201+

Table 3.43: Accuracy of instrument Leica TCRM 1201+

- Όργανο Leica TM30

Μεγέθη	Αβεβαιότητες
$n_{(αέρα)}$	0.00000022
$n_{(νερού)}$	0.00002
Δh	1 mm
φ_1	3 ^{cc}
z	3 ^{cc}
Απόσταση (RL)	2 mm
Απόσταση (IR)	1 mm

Πίνακας 3.44: Αβεβαιότητες οργάνου Leica TM30

Table 3.43: Accuracy of instrument Leica TM30

Η έλλειψη συμμεταβλητοτήτων μεταξύ των μεγεθών, επιτρέπει την εφαρμογή του νόμου μετάδοσης σφαλμάτων, ο οποίος εφαρμόζεται στις εξισώσεις (2.12) και (2.13), του Κεφαλαίου II και προκύπτουν οι αβεβαιότητες των μεγεθών της κεκλιμένης απόστασης και της διόρθωσης της κατακόρυφης γωνίας. Η εφαρμογή του νόμου μετάδοσης σφαλμάτων έχει ως αποτέλεσμα:

- Η αβεβαιότητα του κεκλιμένου μήκους υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$\sigma_s = \sqrt{\left(\frac{\partial S}{\partial L_1}\right)^2 \cdot \sigma_{L_1}^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial L_2}\right)^2 \cdot \sigma_{L_2}^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial z}\right)^2 \cdot \sigma_z^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial \varphi_2}\right)^2 \cdot \sigma_{\varphi_2}^2} \quad (3.11)$$

Τα αποτελέσματα της παραπάνω εξίσωσης για τα δύο όργανα στα διάφορα βάθη του νερού στην δεξαμενή έχουν ως εξής:

Leica TCRM 1201+				
Σφάλμα κεκλιμένου μήκους σ_s (mm)				
Σημείο	Βάθος 10 cm	Βάθος 25,1 cm	Βάθος 39,6 cm	Βάθος 59,9 cm
E3	1.8	1.8	1.8	1.9
E4	1.9	1.9	1.9	1.9
1	2.2	2.2	2.3	2.3
2	2.2	2.2	2.3	2.3
3	2.2	2.2	2.3	2.3
4	2.2	2.3	2.3	2.3
5	2.3	2.3	2.3	2.3
6	2.3	2.3	2.3	2.4
7	2.2	2.2	2.2	2.2
8	2.2	2.2	2.2	2.2
9	2.2	2.2	2.2	2.2
10	2.2	2.2	2.2	2.2
11	2.2	2.2	2.2	2.3
12	2.2	2.2	2.3	2.3
13	2.1	2.1	2.1	2.1
14	2.1	2.1	2.1	2.1
15	2.1	2.1	2.1	2.2
16	2.1	2.1	2.2	2.2
17	2.1	2.1	2.2	2.2
18	2.2	2.2	2.2	2.2

Πίνακας 3.45: Σφάλμα κεκλιμένου μήκους Leica TCRM 1201+
Table 3.45: Error of inclined length Leica TCRM 1201+

Leica TM30				
Σφάλμα κεκλιμένου μήκους σ_s (mm)				
Σημείο	Βάθος 10 cm	Βάθος 25,1 cm	Βάθος 39,6 cm	Βάθος 59,9 cm
E3	1.8	1.8	1.9	1.9
E4	1.8	1.8	1.9	1.9
1	2.3	2.3	2.3	2.4
2	2.2	2.3	2.3	2.3
3	2.2	2.2	2.3	2.3
4	2.2	2.2	2.3	2.3
5	2.2	2.2	2.3	2.3
6	2.2	2.2	2.3	2.3
7	2.2	2.2	2.3	2.3
8	2.2	2.2	2.2	2.3
9	2.2	2.2	2.2	2.2
10	2.2	2.2	2.2	2.2
11	2.1	2.2	2.2	2.2
12	2.2	2.2	2.2	2.2
13	2.2	2.2	2.2	2.2
14	2.1	2.1	2.2	2.2
15	2.1	2.1	2.1	2.2
16	2.1	2.1	2.1	2.1
17	2.1	2.1	2.1	2.1
18	2.1	2.1	2.1	2.1

Πίνακας 3.46: Σφάλμα κεκλιμένου μήκους Leica TM30

Table 3.46: Error of inclined length Leica TM30

- Η αβεβαιότητα της διόρθωσης της κατακόρυφης γωνίας προκύπτει από την εξίσωση:

$$\sigma_{\delta z} = \sqrt{\left(\frac{\partial \delta z}{\partial L_2}\right)^2 \cdot \sigma_{L_2}^2 + \left(\frac{\partial \delta z}{\partial S}\right)^2 \cdot \sigma_S^2 + \left(\frac{\partial \delta z}{\partial z}\right)^2 \cdot \sigma_z^2 + \left(\frac{\partial \delta z}{\partial \varphi_2}\right)^2 \cdot \sigma_{\varphi_2}^2} \quad (3.12)$$

Leica TCRM 1201+				
Σφάλμα διόρθωσης κατακόρυφης γωνίας $\sigma_{\delta z} (^{\circ})$				
Σημείο	Βάθος 10 cm	Βάθος 25,1 cm	Βάθος 39,6 cm	Βάθος 59,9 cm
E3	0.58	0.56	0.55	0.53
E4	0.63	0.61	0.60	0.59
1	0.86	0.83	0.81	0.77
2	0.86	0.83	0.81	0.77
3	0.87	0.84	0.81	0.78
4	0.88	0.85	0.83	0.80
5	0.90	0.87	0.85	0.82
6	0.92	0.90	0.87	0.84
7	0.80	0.77	0.74	0.71
8	0.80	0.77	0.74	0.71
9	0.81	0.78	0.75	0.72
10	0.83	0.80	0.77	0.74
11	0.85	0.82	0.80	0.76
12	0.88	0.85	0.82	0.79
13	0.73	0.70	0.67	0.64
14	0.73	0.70	0.68	0.64
15	0.75	0.72	0.69	0.65
16	0.77	0.74	0.71	0.67
17	0.80	0.77	0.74	0.70
18	0.83	0.80	0.78	0.74

Πίνακας 3.47: Σφάλμα διόρθωσης κατακόρυφης γωνίας Leica TCRM 1201+
Table 3.47: Error of Vertical angle correction Leica TCRM 1201+

Leica TM 30				
Σφάλμα διόρθωσης κατακόρυφης γωνίας $\sigma_{\delta z}(^{\circ})$				
Σημείο	Βάθος 10 cm	Βάθος 25,1 cm	Βάθος 39,6 cm	Βάθος 59,9 cm
E3	0.66	0.64	0.62	0.60
E4	0.64	0.62	0.60	0.58
1	1.02	0.98	0.95	0.92
2	0.99	0.96	0.93	0.89
3	0.97	0.94	0.90	0.86
4	0.96	0.92	0.89	0.85
5	0.96	0.92	0.89	0.85
6	0.96	0.92	0.89	0.85
7	0.96	0.93	0.89	0.85
8	0.93	0.89	0.86	0.81
9	0.90	0.86	0.83	0.79
10	0.89	0.85	0.81	0.77
11	0.88	0.84	0.81	0.76
12	0.89	0.85	0.82	0.77
13	0.90	0.86	0.83	0.78
14	0.86	0.82	0.78	0.74
15	0.82	0.78	0.75	0.70
16	0.80	0.76	0.73	0.68
17	0.79	0.75	0.72	0.67
18	0.80	0.76	0.73	0.68

Πίνακας 3.48: Σφάλμα διόρθωσης κατακόρυφης γωνίας Leica TM30

Table 3.48: Error of Vertical angle correction Leica TM30

3.6.2 Αβεβαιότητα συντεταγμένων μετά την εφαρμογή της μεθοδολογίας

Μετά τον υπολογισμό των σφαλμάτων των μεγεθών του διορθωμένου κεκλιμένου μήκους και της διόρθωσης της κατακόρυφης γωνίας, μεγεθών πολύ σημαντικών για την προτεινόμενη μεθοδολογία, το κομμάτι που λείπει στην ολοκλήρωση της διερεύνησης της μεθοδολογίας που προτείνεται, είναι ο υπολογισμός της αβεβαιότητας των συντεταγμένων, διορθωμένων πλέον μετά την εφαρμογή της μεθοδολογίας.

Υπολογίζονται οι αβεβαιότητες των μεγεθών:

1. Διορθωμένες κατακόρυφες γωνίες
2. Διορθωμένα οριζόντια μήκη
3. Διορθωμένες συντεταγμένες

Οι εξισώσεις που υπολογίζουν τις συντεταγμένες των σημείων, έχουν διατυπωθεί και παραπάνω και είναι οι εξής:

$$\left\{ \begin{array}{l} X_i = X_0 + D_{οριζ} \cdot \sin(a_{0-i}) \\ Y_i = X_0 + D_{οριζ} \cdot \cos(a_{0-i}) \\ Z_i = Z_0 + S_{κεκλ} \cdot \cos(V) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (3.13) \\ (3.14) \\ (3.15) \end{array}$$

όπου a_{0-i} : η γωνία διεύθυνσης μεταξύ του οργάνου και του σημείου i, που ισούται με:

$$a_{0-i} = Hz + 100^g \quad (3.16)$$

Οι αβεβαιότητες των συνταγμένων υπολογίζονται όπως και σε παραπάνω παράγραφο, από τις εξισώσεις (3.6), (3.7), (3.8).

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_X^2 = \sin^2(Hz + 100) \cdot \sigma_{Dop}^2 + (Dop \cdot \cos(Hz + 100))^2 \cdot \sigma_{Hz}^2 \\ \sigma_Y^2 = \cos^2(Hz + 100) \cdot \sigma_{Dop}^2 + (Dop \cdot \sin(Hz + 100))^2 \cdot \sigma_{Hz}^2 \\ \sigma_Z^2 = \cos^2(z) \cdot \sigma_{S_{κεκλ}}^2 + (S_{κεκλ} \cdot \sin(z_{διορθ}))^2 \cdot \sigma_{z_{διορθ}}^2 \end{array} \right.$$

Με βάση τις παραπάνω εξισώσεις, υπολογίστηκαν τα σφάλματα των συντεταγμένων των σημείων της δεξαμενής. Τα αποτελέσματα των υπολογισμών παρουσιάζονται σε μορφή πινάκων παρακάτω:

Leica TCRM 1201+ Βάθος νερού 10 cm						
Σημείο	Δοριζ(m)	Διορθ. z (°)	σΔοριζ(mm)	σX(mm)	σY(mm)	σZ(mm)
E3	1.623	155.5849	1.2	0.2	1.1	1.4
E4	1.811	155.1247	1.3	0.6	1.1	1.4
1	1.714	153.9323	1.5	0.02	1.5	1.7
2	1.716	153.8871	1.5	0.2	1.5	1.7
3	1.740	153.4238	1.5	0.4	1.4	1.7
4	1.789	152.5490	1.5	0.5	1.4	1.6
5	1.857	151.5490	1.6	0.7	1.4	1.6
6	1.945	149.8977	1.6	0.9	1.4	1.6
7	1.515	157.7471	1.3	0.01	1.3	1.7
8	1.516	157.7244	1.3	0.2	1.3	1.7
9	1.544	157.1401	1.4	0.4	1.3	1.7
10	1.598	156.0644	1.4	0.5	1.3	1.7
11	1.674	154.6150	1.5	0.7	1.3	1.7
12	1.770	152.8673	1.5	0.9	1.2	1.6
13	1.314	162.0251	1.2	0.001	1.2	1.7
14	1.317	161.9563	1.2	0.2	1.2	1.7
15	1.349	161.2293	1.2	0.4	1.2	1.7
16	1.410	159.9032	1.3	0.5	1.1	1.7
17	1.495	158.1062	1.3	0.7	1.1	1.7
18	1.603	155.9594	1.4	0.9	1.1	1.7

Πίνακας 3.49: Αβεβαιότητες συντεταγμένων βάθος νερού 10cm Leica TCRM 1201+
Table 3.49: Accuracy of coordinates for water depth 10cm Leica TCRM 1201+

Leica TCRM 1201+ Βάθος νερού 59.9 cm						
Σημείο	Δοριζ(m)	Διορθ. z (°)	σΔοριζ(mm)	σX(mm)	σY(mm)	σZ(mm)
E3	1.623	155.5796	1.2	0.2	1.2	1.4
E4	1.811	155.1049	1.3	0.7	1.1	1.4
1	1.714	153.9187	1.5	0.02	1.5	1.7
2	1.717	153.8715	1.5	0.2	1.5	1.7
3	1.741	153.4126	1.5	0.4	1.5	1.7
4	1.790	152.5321	1.6	0.5	1.5	1.7
5	1.858	151.3332	1.6	0.7	1.5	1.7
6	1.945	149.8819	1.7	0.9	1.4	1.7
7	1.516	157.7525	1.4	0.01	1.4	1.7
8	1.516	157.7195	1.4	0.2	1.3	1.7
9	1.545	157.1349	1.4	0.4	1.3	1.7
10	1.599	156.0581	1.4	0.5	1.3	1.7
11	1.674	154.6028	1.5	0.7	1.3	1.7
12	1.770	152.8486	1.6	0.9	1.3	1.7
13	1.314	162.0362	1.2	0.001	1.2	1.8
14	1.317	161.9503	1.2	0.2	1.2	1.8
15	1.350	161.2342	1.2	0.4	1.2	1.8
16	1.410	159.9095	1.3	0.5	1.2	1.8
17	1.495	158.1061	1.3	0.7	1.1	1.7
18	1.603	155.9490	1.4	0.9	1.1	1.7

Πίνακας 3.50: Αβεβαιότητες συντεταγμένων βάθος νερού 59.9cm Leica TCRM 1201+
Table 3.50: Accuracy of coordinates for water depth 59.9cm Leica TCRM 1201+

Leica TM30 Βάθος νερού 25.1 cm						
Σημείο	Δοριζ(m)	Διορθ. z (°)	σΔοριζ(mm)	σX(mm)	σY(mm)	σZ(mm)
E3	1.498	154.6688	1.2	0.3	1.1	1.4
E4	1.432	156.0775	1.1	0.1	1.1	1.4
1	1.716	150.4367	1.6	0.7	1.5	1.6
2	1.634	151.9876	1.6	0.5	1.5	1.7
3	1.573	153.1826	1.5	0.3	1.5	1.7
4	1.538	153.8867	1.5	0.1	1.5	1.7
5	1.528	154.0908	1.5	0.1	1.5	1.7
6	1.544	153.7795	1.5	0.3	1.5	1.7
7	1.541	153.7982	1.5	0.7	1.3	1.7
8	1.448	155.7499	1.4	0.5	1.3	1.7
9	1.381	157.2425	1.4	0.3	1.3	1.7
10	1.340	158.1636	1.3	0.1	1.3	1.7
11	1.327	158.4562	1.3	0.1	1.3	1.7
12	1.345	158.0568	1.3	0.3	1.3	1.7
13	1.372	157.4122	1.4	0.7	1.1	1.7
14	1.268	159.8081	1.3	0.5	1.1	1.7
15	1.190	161.7310	1.2	0.3	1.1	1.7
16	1.141	162.9617	1,2	0.1	1.1	1.8
17	1.126	163.3307	1.1	0.1	1.1	1.8
18	1.148	162.7784	1.2	0.3	1.1	1.8

Πίνακας 3.51: Αβεβαιότητες συντεταγμένων βάθος νερού 25.1cm Leica TM30
Table 3.51: Accuracy of coordinates for water depth 25.1cm Leica TM30

Leica TM30 Βάθος νερού 59.9 cm						
Σημείο	Dοριζ(m)	Διορθ. z (°)	σDοριζ(mm)	σX(mm)	σY(mm)	σZ(mm)
E3	1.498	154.6707	1.2	0.3	1.2	1.4
E4	1.433	156.0777	1.1	0.1	1.2	1.4
1	1.717	150.4252	1.7	0.7	1.5	1.7
2	1.635	151.9730	1.6	0.5	1.5	1.7
3	1.574	153.1605	1.6	0.3	1.5	1.7
4	1.539	153.8708	1.5	0.1	1.5	1.7
5	1.528	154.0744	1.5	0.1	1.5	1.7
6	1.544	153.7583	1.5	0.3	1.5	1.7
7	1.542	153.7927	1.5	0.7	1.3	1.7
8	1.449	155.7393	1.4	0.5	1.3	1.7
9	1.382	157.2190	1.4	0.3	1.3	1.7
10	1.340	158.1546	1.4	0.1	1.3	1.7
11	1.327	158.4343	1.3	0.1	1.3	1.8
12	1.345	158.0576	1.4	0.3	1.3	1.7
13	1.372	157.4018	1.4	0.7	1.2	1.7
14	1.269	159.7980	1.3	0.5	1.2	1.8
15	1.191	161.7180	1.2	0.3	1.2	1.8
16	1.142	162.9465	1.2	0.1	1.2	1.8
17	1.127	163.3304	1.2	0.1	1.2	1.8
18	1.148	162.7677	1.2	0.3	1.1	1.8

Πίνακας 3.52: Αβεβαιότητες συντεταγμένων βάθος νερού 59.9cm Leica TM30
Table 3.51: Accuracy of coordinates for water depth 59.9cm Leica TM30

Αξιολόγηση του βάθους που προκύπτει από την μεθοδολογία

Από την μεθοδολογία μετά τις διορθώσεις των μηκών, υπολογίζεται και το βάθος που έχει το νερό στη κάθετη διεύθυνση του κάθε σημείου. Στους παρακάτω πίνακες παρουσιάζονται τα βάθη καθώς επίσης και τα σφάλματά τους σε κάθε σημείο του κανάβου, για κάθε μέσο βάθος στο οποίο πραγματοποιήθηκαν μετρήσεις.

Το σφάλμα του βάθους, λαμβάνοντας υπόψη την εξίσωση υπολογισμού του (2.11), προκύπτει ως εξής:

$$\sigma_d^2 = \cos^2(\varphi_2) \cdot \sigma_{L_2}^2 + L_2^2 \cdot \sin^2(\varphi_2) \cdot \sigma_{\varphi_2}^2 \quad (3.17)$$

Άρα έχουμε:

Μέσο βάθος 10 cm	Leica TCRM 1201+		Leica TM30	
	Τιμή και αβεβαιότητα του βάθους του νερού σε κάθε σημείο			
Σημείο	Βάθος νερού d (m)	Σφάλμα (mm)	Βάθος νερού	σφάλμα
E3	0.099	1.1	0.097	1.2
E4	0.099	1.2	0.097	1.1
1	0.103	2.4	0.101	2.4
2	0.102	2.4	0.100	2.4
3	0.101	2.4	0.100	2.4
4	0.102	2.4	0.100	2.4
5	0.101	2.4	0.099	2.4
6	0.102	2.4	0.101	2.4
7	0.100	2.4	0.098	2.4
8	0.100	2.4	0.097	2.4
9	0.100	2.4	0.098	2.4
10	0.099	2.4	0.097	2.4
11	0.099	2.4	0.097	2.4
12	0.100	2.4	0.098	2.4
13	0.098	2.5	0.096	2.4
14	0.098	2.5	0.096	2.4
15	0.097	2.5	0.096	2.5
16	0.097	2.4	0.095	2.5
17	0.097	2.4	0.096	2.5
18	0.098	2.4	0.096	2.5

Πίνακας 3.53: Υπολογισμός βάθος νερού μεθοδολογίας d και η αβεβαιότητά του σε κάθε σημείο του κανάβου σε μετρημένο βάθος 10cm

Table 3.53: Calculation of suggesting method's water depth d and its uncertainty for each grid point for measured depth 10cm

Μέσο βάθος 25.1 cm	Leica TCRM 1201+		Leica TM30	
	Τιμή και αβεβαιότητα του βάθους του νερού σε κάθε σημείο			
Σημείο	Βάθος νερού d (m)	Σφάλμα (mm)	Βάθος νερού	σφάλμα
E3	0.250	1.2	0.248	1.2
E4	0.249	1.2	0.248	1.1
1	0.254	2.4	0.252	2.4
2	0.253	2.4	0.251	2.4
3	0.252	2.4	0.251	2.4
4	0.251	2.4	0.250	2.4
5	0.251	2.4	0.250	2.4
6	0.252	2.4	0.251	2.4
7	0.251	2.4	0.249	2.4
8	0.250	2.4	0.249	2.4
9	0.250	2.4	0.249	2.4
10	0.250	2.4	0.248	2.4
11	0.249	2.4	0.248	2.4
12	0.250	2.4	0.249	2.4
13	0.248	2.5	0.247	2.4
14	0.249	2.5	0.247	2.4
15	0.249	2.5	0.247	2.5
16	0.249	2.4	0.247	2.5
17	0.249	2.4	0.246	2.5
18	0.248	2.4	0.246	2.5

Πίνακας 3.54: Υπολογισμός βάθος νερού μεθοδολογίας d και η αβεβαιότητά του σε κάθε σημείο του κανάβου σε μετρημένο βάθος 25.1cm

Table 3.54: Calculation of suggesting method's water depth d and its uncertainty for each grid point for measured depth 25.1cm

Μέσο βάθος 39.6 cm	Leica TCRM 1201+		Leica TM30	
	Τιμή και αβεβαιότητα του βάθους του νερού σε κάθε σημείο			
Σημείο	Βάθος νερού d (m)	Σφάλμα (mm)	Βάθος νερού	σφάλμα
E3	0.395	1.2	0.393	1.2
E4	0.395	1.2	0.393	1.1
1	0.399	2.4	0.397	2.4
2	0.398	2.4	0.396	2.4
3	0.397	2.4	0.396	2.4
4	0.396	2.4	0.395	2.4
5	0.396	2.4	0.395	2.4
6	0.397	2.4	0.395	2.4
7	0.397	2.4	0.395	2.4
8	0.396	2.4	0.394	2.4
9	0.396	2.4	0.394	2.4
10	0.395	2.4	0.394	2.4
11	0.395	2.4	0.393	2.4
12	0.395	2.4	0.394	2.4
13	0.395	2.5	0.392	2.4
14	0.394	2.5	0.393	2.4
15	0.395	2.4	0.393	2.4
16	0.394	2.4	0.392	2.5
17	0.394	2.4	0.392	2.5
18	0.394	2.4	0.392	2.5

Πίνακας 3.55: Υπολογισμός βάθος νερού μεθοδολογίας d και η αβεβαιότητά του σε κάθε σημείο του κανάβου σε μετρημένο βάθος 39.6cm

Table 3.55: Calculation of suggesting method's water depth d and its uncertainty for each grid point for measured depth 39.6cm

Μέσο βάθος 59.9 cm	Leica TCRM 1201+		Leica TM30	
	Τιμή και αβεβαιότητα του βάθους του νερού σε κάθε σημείο			
Σημείο	Βάθος νερού d (m)	Σφάλμα (mm)	Βάθος νερού	σφάλμα
E3	0.598	1.1	0.596	1.2
E4	0.597	1.2	0.596	1.2
1	0.602	2.4	0.601	2.4
2	0.601	2.4	0.599	2.4
3	0.601	2.4	0.599	2.4
4	0.600	2.4	0.598	2.4
5	0.599	2.4	0.597	2.4
6	0.600	2.4	0.598	2.4
7	0.600	2.4	0.598	2.4
8	0.599	2.4	0.597	2.4
9	0.599	2.4	0.597	2.4
10	0.599	2.4	0.596	2.4
11	0.598	2.4	0.596	2.4
12	0.598	2.4	0.597	2.4
13	0.598	2.4	0.595	2.4
14	0.598	2.4	0.596	2.4
15	0.598	2.4	0.596	2.4
16	0.598	2.4	0.595	2.4
17	0.596	2.4	0.595	2.5
18	0.596	2.4	0.595	2.5

Πίνακας 3.56: Υπολογισμός βάθους νερού μεθοδολογίας d και η αβεβαιότητά του σε κάθε σημείο του κανάβου σε μετρημένο βάθος 59.9cm

Table 3.56: Calculation of suggesting method's water depth d and its uncertainty for each grid point for measured depth 59.9cm

Από τα αποτελέσματα μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η τιμή του βάθους παρουσιάζει μια μικρή διακύμανση της τάξης των μερικών χιλιοστών, πράγμα που οφείλεται τόσο στα σφάλματα που υπεισέρχονται από άλλα μεγέθη, όσο και στο γεγονός ότι ο πυθμένας της δεξαμενής δεν ήταν τελείως οριζόντια για να προκύψουν τα ίδια βάθη σε όλα τα σημεία.

Τα σφάλματα του βάθους για τα διάφορα σημεία, έχουν περίπου την ίδια τάξη μεγέθους για τα σημεία του κανάβου, της τάξης των 2-2.5 mm. Για τα σημεία ελέγχου, E1 και E3, τα οποία και μετρήθηκαν με ανακλαστήρα, παρατηρούνται καλύτερα σφάλματα, της τάξης του 1-1.2 mm.

Παρατηρούνται διαφοροποιήσεις στον υπολογισμό του βάθους μεταξύ των δύο οργάνων. Αυτό ωστόσο δεν οφείλεται τόσο στην ακρίβεια των δύο οργάνων, όσο μάλλον στην απόσταση που έχει το κάθε όργανο από τα σημεία που μετρά και από την διαφοροποίηση της θέσης τους ως προς τα

σημεία του κανάβου. Το σημείο 1 φαίνεται να εμφανίζει τις μεγαλύτερες τιμές βάθους ενώ τις μικρότερες τιμές τα σημεία 17 και 18 κατά κύριο λόγο.

3.6.3 Στατιστική ανάλυση των σφαλμάτων

Η ακρίβειες των μετρήσεων και κατ' επέκταση και των αποτελεσμάτων τους, αφορά στο κατά πόσο οι μετρήσεις πλησιάζουν μεταξύ τους. Το μέτρο ακρίβειας των μετρήσεων είναι το τυπικό σφάλμα σ και η ακρίβεια είναι αντίστροφη του τυπικού σφάλματος. Το τυπικό σφάλμα ορίζει ένα διάστημα μέσα στο οποίο αναμένεται να βρίσκεται η διαφορά της εκτίμησης x με την ακριβή τιμή μ με κάποια πιθανότητα, η οποία ονομάζεται επίπεδο εμπιστοσύνης.

Επιλέγεται ο στατιστικός έλεγχος να πραγματοποιηθεί με την βοήθεια της κανονικής κατανομής, καθώς οι αβεβαιότητες των συντεταγμένων υπολογίστηκαν μέσω του νόμου μετάδοσης σφαλμάτων, κάνοντας κάποιες παραδοχές για τα σφάλματα ορισμένων μεγεθών (γωνιών και αποστάσεων) με βάση τις προδιαγραφές των οργάνων αλλά και άλλων μεγεθών που υπολογίστηκαν, όπως οι δείκτες διάθλασης.

Αρχικά αφού καθοριστεί το επίπεδο εμπιστοσύνης P , υπολογίζεται η τυποποιημένη μεταβλητή z_p που του αντιστοιχεί. Θεωρούμε επομένως την τυποποιημένη μεταβλητή z , η οποία συνδέεται με τα υπόλοιπα μεγέθη ως εξής:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (3.18)$$

η τιμή της οποίας μεταξύ των τιμών $-z_p$ και z_p , ανάλογα με το επίπεδο εμπιστοσύνης το οποίο έχει επιλεγεί:

$$-z_p < z < z_p$$

$$-z_p < \frac{x - \mu}{\sigma} < z_p \quad (3.19)$$

Στην συνέχεια ακολουθεί ο πίνακας ο οποίος παρουσιάζει τις διάφορες τιμές της τυποποιημένης μεταβλητής z_p ανάλογα με το επίπεδο εμπιστοσύνης.

z_p	$P = P(x - z\sigma < \mu < x + z\sigma) = 2F(z) - 1$
0.6745	0.500
1.000	0.683
1.645	0.900
1.960	0.950
2.000	0.954
2.576	0.990
3.000	0.997

Πίνακας 3.57: Τιμές τυποποιημένης μεταβλητής z_p
Table 3.57: Values of standardized variable z_p

Σε πρώτη φάση πρέπει να επιλεγεί το επίπεδο εμπιστοσύνης σύμφωνα με το οποίο θα πραγματοποιηθεί ο στατιστικός έλεγχος των αποτελεσμάτων των μετρήσεων. Επιλέγεται επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, καθώς αυτό το επίπεδο επιλέγεται διεθνώς σε μετρολογικές εφαρμογές καθώς επίσης και επειδή επιχειρείται να ελαχιστοποιηθεί η πιθανότητα εμφάνισης σφάλματος **Τύπου II**, κατά το οποίο λανθασμένα απορρίπτεται μια σωστή υπόθεση, επομένως ελοχεύει ο κίνδυνος απόρριψης μετρήσεων και αποτελεσμάτων τα οποία εμπεριέχονται σε σωστή υπόθεση, η οποία απορρίπτεται.

Επομένως με επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, το οποίο αντιστοιχεί σε τυποποιημένη μεταβλητή $z_p=1.96$, λαμβάνονται υπόψη:

- οι διαφορές των συντεταγμένων που προκύπτουν από τη μέθοδο με τις συντεταγμένες αναφοράς, Δx και Δy
- τα σφάλματα των συντεταγμένων της μεθόδου αλλά και των συντεταγμένων αναφοράς

Υπολογίζονται οι λόγοι:

$$\bullet \quad \frac{\Delta X}{\sigma_{\Delta X}} = \frac{|X_{\text{μεθ}} - X_{\text{αναφ}}|}{\sqrt{\sigma_{X_{\text{μεθ}}}^2 + \sigma_{X_{\text{αναφ}}}^2}} \quad (3.20)$$

$$\bullet \quad \frac{\Delta Y}{\sigma_{\Delta Y}} = \frac{|Y_{\text{μεθ}} - Y_{\text{αναφ}}|}{\sqrt{\sigma_{Y_{\text{μεθ}}}^2 + \sigma_{Y_{\text{αναφ}}}^2}} \quad (3.21)$$

Εάν ισχύουν οι σχέσεις:

$$\bullet \quad -1.96 < \frac{\Delta X}{\sigma_{\Delta X}} < 1.96 \quad (3.22)$$

$$\bullet \quad -1.96 < \frac{\Delta Y}{\sigma_{\Delta Y}} < 1.96 \quad (3.23)$$

τότε δεν υπάρχει κάποιο συστηματικό σφάλμα το οποίο υπεισέρχεται και επηρεάζει τις μετρήσεις. Ενδεικτικά για 2 από τα συνολικά βάθη για κάθε όργανο έχουμε ότι:

- **Leica TCRM 1201+**
 - Βάθος 10 cm

Σκόπευση προς	σX_0 (mm)	σY_0 (mm)	σX (mm)	σY (mm)	$\sigma \Delta x$ (mm)	$\sigma \Delta y$ (mm)	$\Delta x/\sigma \Delta x$	$\Delta y/\sigma \Delta y$
E3	0.13	0.63	0.23	1.12	0.26	1.29	0.54	0.58
E4	0.35	0.59	0.65	1.09	0.73	1.24	0.64	0.64
1	0.02	1.32	0.02	1.46	0.03	1.97	1.91	0.31
2	0.17	1.31	0.19	1.45	0.26	1.96	0.02	0.12
3	0.32	1.30	0.36	1.44	0.48	1.94	0.70	0.65
4	0.47	1.27	0.53	1.42	0.71	1.91	0.47	0.55
5	0.61	1.24	0.69	1.40	0.92	1.87	0.42	0.53
6	0.75	1.20	0.85	1.38	1.13	1.83	0.20	0.21
7	0.01	1.23	0.01	1.33	0.01	1.81	0.00	0.33
8	0.17	1.22	0.18	1.32	0.25	1.79	0.44	0.47
9	0.33	1.20	0.36	1.30	0.49	1.77	0.34	0.44
10	0.49	1.18	0.53	1.28	0.72	1.74	0.42	0.52
11	0.63	1.15	0.70	1.26	0.94	1.70	0.16	0.31
12	0.77	1.11	0.86	1.23	1.15	1.66	0.55	0.58
13	0.00	1.12	0.00	1.18	0.00	1.63	0.00	0.63
14	0.17	1.11	0.18	1.17	0.24	1.62	0.43	0.80
15	0.34	1.09	0.35	1.15	0.49	1.59	0.40	0.49
16	0.50	1.07	0.53	1.14	0.73	1.56	0.46	0.43
17	0.65	1.04	0.70	1.11	0.96	1.52	0.55	0.62
18	0.80	1.00	0.87	1.09	1.18	1.48	0.24	0.24

Πίνακας 3.58: Υπολογισμός λόγων για στατιστικό έλεγχο για βάθος νερού 10cm
Table 3.58: Calculation of ratios for statistic check for water depth 10cm

- Βάθος 59.9 cm

Σκόπευση προς	σX_0 (mm)	σY_0 (mm)	σX (mm)	σY (mm)	$\sigma \Delta x$	$\sigma \Delta y$	$\Delta x/\sigma \Delta x$	$\Delta y/\sigma \Delta y$
E3	0.13	0.63	0.24	1.17	0.27	1.33	0.06	0.14
E4	0.35	0.59	0.68	1.15	0.76	1.29	0.01	0.42
1	0.02	1.32	0.02	1.51	0.03	2.01	0.00	0.22
2	0.17	1.31	0.20	1.50	0.26	2.00	0.64	0.22
3	0.32	1.30	0.37	1.49	0.49	1.97	0.23	0.11
4	0.47	1.27	0.55	1.47	0.72	1.95	0.29	0.39
5	0.61	1.24	0.72	1.45	0.94	1.91	0.06	0.35
6	0.75	1.20	0.89	1.43	1.16	1.87	0.05	0.16
7	0.01	1.23	0.01	1.36	0.01	1.84	0.00	0.07
8	0.17	1.22	0.19	1.35	0.26	1.82	0.88	0.38
9	0.33	1.20	0.37	1.33	0.49	1.80	0.29	0.11
10	0.49	1.18	0.54	1.32	0.73	1.77	0.02	0.23
11	0.63	1.15	0.72	1.30	0.96	1.73	0.17	0.17
12	0.77	1.11	0.89	1.28	1.18	1.69	0.03	0.29
13	0.00	1.12	0.00	1.20	0.00	1.65	0.00	0.50
14	0.17	1.11	0.18	1.19	0.25	1.63	0.54	0.55
15	0.34	1.09	0.36	1.18	0.49	1.61	0.18	0.04
16	0.50	1.07	0.54	1.16	0.74	1.58	0.15	0.14
17	0.65	1.04	0.72	1.14	0.97	1.54	0.36	0.45
18	0.80	1.00	0.89	1.12	1.19	1.50	0.01	0.26

Πίνακας 3.59: Υπολογισμός λόγων για στατιστικό έλεγχο για βάθος νερού 25.1cm
Table 3.59: Calculation of ratios for statistic check for water depth 25.1cm

- **Leica TM30**
 - Βάθος 25.1 cm

Σκόπευση προς	σΧο (mm)	σΥο (mm)	σΧ (mm)	σΥ (mm)	σΔx	σΔy	Δx/σΔx	Δy/σΔy
E3	0.34	0.84	0.33	1.15	0.48	1.42	0.76	0.70
E4	0.14	0.87	0.14	1.13	0.20	1.43	0.22	0.79
1	0.18	0.63	0.68	1.47	0.70	1.60	0.82	0.71
2	0.08	0.63	0.50	1.47	0.50	1.60	0.18	0.28
3	0.59	1.27	0.31	1.48	0.67	1.95	0.29	0.43
4	0.44	1.30	0.12	1.48	0.45	1.97	0.18	0.10
5	0.27	1.31	0.08	1.47	0.28	1.97	0.38	0.23
6	0.10	1.32	0.27	1.46	0.29	1.97	0.33	0.30
7	0.07	1.32	0.70	1.31	0.71	1.86	0.00	0.16
8	0.24	1.31	0.52	1.31	0.57	1.85	0.25	0.14
9	0.63	1.17	0.32	1.32	0.71	1.76	0.32	0.22
10	0.47	1.19	0.13	1.32	0.49	1.78	0.46	0.00
11	0.30	1.21	0.07	1.31	0.31	1.78	0.48	0.11
12	0.12	1.22	0.27	1.30	0.29	1.78	1.06	0.38
13	0.06	1.21	0.73	1.14	0.73	1.66	0.00	0.10
14	0.25	1.20	0.54	1.15	0.59	1.66	0.20	0.22
15	0.67	1.05	0.34	1.15	0.75	1.55	0.07	0.35
16	0.50	1.07	0.14	1.15	0.52	1.57	0.55	0.26
17	0.32	1.09	0.06	1.14	0.33	1.58	0.58	0.29
18	0.13	1.09	0.27	1.13	0.30	1.57	0.99	0.54

Πίνακας 3.60: Υπολογισμός λόγων για στατιστικό έλεγχο για βάθος νερού 39.6cm
 Table 3.60: Calculation of ratios for statistic check for water depth 39.6cm

- Βάθος 39.6 cm

Σκόπευση προς	σΧο (mm)	σΥο (mm)	σΧ (mm)	σΥ (mm)	σΔx	σΔy	Δx/σΔx	Δy/σΔy
E3	0.34	0.84	0.34	1.16	0.48	1.43	0.02	0.36
E4	0.14	0.87	0.15	1.15	0.20	1.44	0.04	0.45
1	0.18	0.63	0.69	1.49	0.71	1.61	0.07	0.17
2	0.08	0.63	0.50	1.49	0.51	1.62	0.92	0.21
3	0.59	1.27	0.31	1.49	0.67	1.96	0.16	0.05
4	0.44	1.30	0.12	1.49	0.45	1.98	0.68	0.25
5	0.27	1.31	0.08	1.49	0.28	1.98	0.47	0.10
6	0.10	1.32	0.27	1.48	0.29	1.98	0.85	0.09
7	0.07	1.32	0.71	1.32	0.71	1.87	0.00	0.17
8	0.24	1.31	0.52	1.33	0.57	1.86	0.48	0.13
9	0.63	1.17	0.33	1.33	0.71	1.77	0.51	0.07
10	0.47	1.19	0.13	1.33	0.49	1.78	0.58	0.34
11	0.30	1.21	0.07	1.32	0.31	1.79	0.28	0.36
12	0.12	1.22	0.27	1.31	0.29	1.79	0.25	0.01
13	0.06	1.21	0.73	1.15	0.73	1.67	0.00	0.09
14	0.25	1.20	0.54	1.15	0.59	1.66	0.78	0.24
15	0.67	1.05	0.34	1.16	0.75	1.56	0.35	0.17
16	0.50	1.07	0.14	1.16	0.52	1.57	0.40	0.44
17	0.32	1.09	0.06	1.15	0.33	1.58	0.74	0.11
18	0.13	1.09	0.27	1.14	0.30	1.58	0.38	0.12

Πίνακας 3.61: Υπολογισμός λόγων για στατιστικό έλεγχο για βάθος νερού 59.9cm
 Table 3.61: Calculation of ratios for statistic check for water depth 59.9cm

Από τα αποτελέσματα των στατιστικών ελέγχων, βγήκε το συμπέρασμα ότι στα αποτελέσματα δεν υπεισέρχεται κάποιο συστηματικό σφάλμα, οπότε τα στοιχεία περνούν τον στατιστικό έλεγχο με επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, καθώς σε καμία περίπτωση σημείου ή βάθους οι σχέσεις δεν δίνουν αποτέλεσμα εκτός του διαστήματος που πρέπει να βρίσκεται.

3.7 Συσχέτιση των δύο αυθαίρετων συστημάτων αναφοράς

Εκτός από την διερεύνηση της προτεινόμενης μεθοδολογίας, η παρούσα διπλωματική εργασία εξετάζει και συγκρίνει τις δυνατότητες των οργάνων με τα οποία πραγματοποιήθηκαν οι μετρήσεις. Ωστόσο για να πραγματοποιηθεί μια τέτοια σύγκριση, πρέπει να συσχετιστούν τα όργανα που συμμετείχαν στις μετρήσεις, και βέβαια πρέπει να διευκρινιστεί ότι οι μετρήσεις από τα δύο όργανα έγιναν ταυτόχρονα, με τις ίδιες συνθήκες παρατηρητή και περιβάλλοντος.

Για να πραγματοποιηθεί η σύγκριση των δύο οργάνων, όπως διατυπώθηκε και παραπάνω, πρέπει να συσχετιστούν τα τοπικά συστήματα αναφοράς των δύο οργάνων. Επιλέχθηκε το **κοινό σύστημα** να είναι το σύστημα του οργάνου Leica TM30 (**σύστημα II**), καθώς θεωρητικά είναι το πιο ακριβές από τα δύο. Για την συσχέτιση των δύο συστημάτων επιλέχθηκε να συμμετέχουν τα σημεία ελέγχου, τα οποία και είναι μετρημένα με καλύτερη ακρίβεια και αξιοπιστία, καθώς επίσης και τα 4 εξωτερικά σημεία του κανάβου, συγκεκριμένα τα σημεία 1,6,13 και 18, έτσι ώστε στην συνόρθωση να συμμετέχουν σημεία από όλη την έκταση της επιφάνειας του πυθμένα της δεξαμενής.

Η συνόρθωση επιλέχθηκε να γίνει σε δύο διαστάσεις με την μέθοδο των εμμέσων παρατηρήσεων. Απαιτείται συνόρθωση καθώς οι μετρήσεις **n=16** είναι περισσότερες από τις ανεξάρτητες καθοριστικές παραμέτρους **m=4**. Οι εξισώσεις που συσχετίζουν τα δύο συστήματα είναι οι εξής:

$$\begin{cases} X_{II} = a \cdot X_I - b \cdot Y_I + t_x \\ Y_{II} = b \cdot Y_I + a \cdot X_I + t_y \end{cases} \quad \begin{cases} \delta X_{II} = a \cdot \delta X_I - b \cdot \delta Y_I + t_x \\ \delta Y_{II} = b \cdot \delta Y_I + a \cdot \delta X_I + t_y \end{cases} \quad \begin{matrix} (3.9) \\ (3.10) \end{matrix}$$

όπου: το σύστημα I είναι το σύστημα του Leica TCRM 1201+ και το σύστημα II αυτό του Leica TM30.

Οι συντεταγμένες των σημείων που συμμετέχουν στην συνόρθωση στα δύο συστήματα είναι:

Σημεία	x _I (m)	y _I (m)	x _{II} (m)	y _{II} (m)
E1	100.081	101.801	199.335	201.645
E2	101.009	101.743	200.262	201.607
E3	100.325	101.590	199.583	201.440
E4	100.922	101.559	200.180	201.422
1	100.022	101.715	199.277	201.558
6	101.024	101.654	200.280	201.519
13	99.998	101.315	199.263	201.157
18	100.999	101.254	200.263	201.118
Κέντρο Βάρους	100.547	101.579	199.805	201.433

Πίνακας 3.62: Συντεταγμένες σημείων στα δύο τοπικά συστήματα αναφοράς
Table 3.62: Coordinates of points at the two local reference systems

Με βάση τις εξισώσεις που συνδέουν τις συντεταγμένες των σημείων στα δύο συστήματα αναφοράς, οι οποίες είναι γραμμικές, ο πίνακας σχεδιασμού A απαρτίζεται από τις μερικές παραγώγους ως προς τις ανεξάρτητες καθοριστικές παραμέτρους.

Ωστόσο επειδή χρησιμοποιώντας στον πίνακα σχεδιασμού τις συντεταγμένες ως έχουν η συνόρθωση έδωσε μεγάλα σφάλματα για τις παραμέτρους των μεταθέσεων, της τάξης των 3cm, το οποίο είναι ένα αριθμητικό φαινόμενο σε τέτοιου είδους συνορθώσεις μεταθέσεων, επιλέχθηκε να χρησιμοποιηθούν κεντροβαρικές συντεταγμένες, έτσι ώστε να προκύψουν καλύτερα σφάλματα στις παραμέτρους των μεταθέσεων, πράγμα και το οποίο επαληθεύτηκε.

Στην προηγούμενη ενότητα παρουσιάστηκαν οι αβεβαιότητες των συντεταγμένων που εδώ χρησιμοποιούνται ως μετρήσεις για την συνόρθωση. Καθώς το σύστημα είναι αυθαίρετο, όπως επίσης και ο προσανατολισμός του, επιλέχθηκαν τα σφάλματα των συντεταγμένων να προκύψουν από τις μέσες τιμές των αβεβαιοτήτων.

Αβεβαιότητες (mm)	<u>Leica TCRM 1201+</u>		<u>Leica TM30</u>	
	σ_x	σ_y	σ_x	σ_y
Σημεία ελέγχου $E_{1,2,3,4}$	0.3	0.4	0.3	0.4
Σημεία Κανάβου	0.7	1.2	0.7	1.2

Πίνακας 3.63: Αβεβαιότητες συντεταγμένων για τα σημεία του κανάβου και τα σημεία ελέγχου
Table 3.63: Uncertainty of grid points and check points coordinates

Η εκτέλεση και η διαδικασία της συνόρθωσης περιγράφεται αναλυτικά στην παράγραφο Ι του Παραρτήματος ΙΙ. Παρακάτω παρουσιάζονται συνοπτικά τα αποτελέσματά της.

Μετά την συνόρθωση των δεδομένων, προέκυψαν οι δύο aposteriori πίνακες \hat{x} και \hat{V}_x , που κυρίως μας ενδιαφέρουν, οι οποίοι περιέχουν τις τιμές των παραμέτρων της μετατροπής των συστημάτων και τις αβεβαιότητες υπολογισμού τους αντίστοιχα.

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} 0.998928577 \\ 0.021983677 \\ -4.1721E-006 \\ -6.2863E-006 \end{bmatrix}$$

$$\hat{V}_x = \begin{bmatrix} 6.5333E-008 & -9.11206E-009 & -9.13666E-010 & -2.87591E-009 \\ -9.11206E-009 & 2.1891E-007 & 5.889610E-009 & -3.53673E-009 \\ -9.13666E-010 & 5.889610E-009 & 1.2743E-008 & -6.40376E-011 \\ -2.87591E-009 & -3.53673E-009 & -6.40376E-011 & 0.00000008 \end{bmatrix}$$

Επομένως, από τους παραπάνω πίνακες εξάγονται οι τιμές και οι ακρίβειες υπολογισμού των παραμέτρων:

Παράμετροι	Τιμή	Ακρίβεια υπολογισμού
a	0.9989285775	0.0003
b	0.0219836773	0.0005
t_x	-0.0000041721 (m)	0.0001 (m)
t_y	-0.0000062863 (m)	0.0003 (m)

Πίνακας 3.64: Τιμές ανεξάρτητων καθοριστικών παραμέτρων και τα σφάλματά τους
Table 3.65: Values of independent determinant parameters and their errors

Έλεγχος κλίμακας

Στις εξισώσεις που χρησιμοποιούνται στη συνόρθωση, οι παράμετροι a και b προκύπτουν ως αντικαταστάσεις σχέσεων:

$$\left\{ \begin{array}{l} a = m \cdot \cos(\theta) \\ b = m \cdot \sin(\theta) \end{array} \right. \quad (3.11)$$

$$(3.12)$$

όπου m : ο συντελεστής κλίμακας
 θ : η γωνία στροφής του συστήματος

Αν προστεθούν τα τετράγωνα των παραμέτρων προκύπτει ότι:

$$a^2 + b^2 = m^2 * (\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta)) = m^2 \Rightarrow$$

$$m = 0.99917 \approx 1 \quad (3.13)$$

Επομένως τα δεδομένα έχουν συνορθωθεί πολύ ικανοποιητικά και δεν υπάρχουν αισθητές διαφοροποιήσεις στη κλίμακα των δύο συστημάτων αναφοράς, πράγμα που οδηγεί σε ακριβή και αξιόπιστα αποτελέσματα. Το γεγονός ότι τα δύο συστήματα έχουν την ίδια περίπου κλίμακα, καθιστά τα αποτελέσματά του συγκρίσιμα, γεγονός που μας επιτρέπει να συγκρίνουμε και τα δύο όργανα.

3.7.1 Αβεβαιότητες σημείων μετρημένων από το όργανο Leica TCRM 1201+ στο σύστημα το οργάνου Leica TM30

Για να υπολογιστούν οι ακρίβειες των σημείων στο κοινό σύστημα αναφοράς, η ύπαρξη πλέον συμμεταβλητοτήτων, καθιστά απαραίτητη την διαδικασία του νόμου μετάδοσης μεταβλητοτήτων, έτσι ώστε στο νέο Πίνακα Μεταβλητότητας – Συμμεταβλητότητας θα περιέχονται τα σφάλματα των συντεταγμένων από το Όργανο I, όπως αυτές μετατράπηκαν στο κοινό σύστημα του οργάνου II.

Ο νέος πίνακας Μεταβλητότητας – Συμμεταβλητότητας V_y προκύπτει ως εξής:

$$V_y = J \cdot V_x' \cdot J^T \quad (3.14)$$

όπου J : ο Ιακωβιανός πίνακας που συνδέει τους πίνακες Μεταβλητότητας – Συμμεταβλητότητας
 V_x' : ο πίνακας Μεταβλητότητας – Συμμεταβλητότητας μαζί με τα σφάλματα των συντεταγμένων
 V_y : ο νέος πίνακας Μεταβλητότητας – Συμμεταβλητότητας

Συντεταγμένες των σημείων στο νέο σύστημα αναφοράς με τις αβεβαιότητές τους

Μετά τον υπολογισμό των παραμέτρων της μετατροπής στο κοινό σύστημα αναφοράς, προκύπτουν οι μεταβολές των συντεταγμένων στο κοινό σύστημα αναφοράς για τα σημεία, έτσι ώστε να συγκριθούν τα αποτελέσματα με τα αποτελέσματα από τις μετρήσεις του οργάνου Leica TM30. Επομένως μετά την μετατροπή προκύπτει:

Σημεία	δX_{II}	δY_{II}	$X_{II'}$	$Y_{II'}$
E1	-0.4707082161	0.2119537525	199.335	201.645
E2	0.457063859	0.1737605251	200.262	201.607
E3	-0.2221532518	0.0065862444	199.583	201.440
E4	0.3743405218	-0.0112745827	200.180	201.422
1	-0.5278041183	0.1240826802	199.278	201.557
6	0.4740300936	0.085719929	200.279	201.519
13	-0.5426401943	-0.2762150961	199.263	201.157
18	0.4578379296	-0.3146637429	200.263	201.119

Σημεία	$ X_{II}-X_{II'} $ (mm)	$ Y_{II}-Y_{II'} $ (mm)
E1	0.3	0.2
E2	0.4	0.0
E3	0.2	0.2
E4	0.3	0.0
1	0.6	0.7
6	0.6	0.0
13	0.3	0.0
18	0.2	0.6

Πίνακας 3.65: Υπολογισμός συντεταγμένων στο κοινό σύστημα αναφοράς και σύγκρισή τους με τις μετρημένες από το όργανο II

Table 3.65: Calculation of coordinates at the common reference system (II) and their comparison with the measured coordinates from instrument II

όπου X_{II}, Y_{II} : οι συντεταγμένες που προέκυψαν από τις μετρήσεις του οργάνου Leica TM30 (II)
 $X_{II'}, Y_{II'}$: οι συντεταγμένες που προέκυψαν από τις μετρήσεις του οργάνου Leica TM30 (I)
 όπως αυτές προέκυψαν μετά την μετατροπή τους στο σύστημα του οργάνου II

Από τον πίνακα Vy εξάγονται οι ακρίβειες των συντεταγμένων του πρώτου οργάνου που έχουν μετατραπεί στο κοινό σύστημα.

Μεγέθη	Σφάλμα (mm)	Μεγέθη	Σφάλμα (mm)
δx_{E1}	0.4	x_{E1}	0.4
δy_{E1}	0.8	y_{E1}	0.8
δx_{E2}	0.3	x_{E2}	0.3
δy_{E2}	0.8	y_{E2}	0.8
δx_{E3}	0.3	x_{E3}	0.3
δy_{E3}	0.8	y_{E3}	0.8
δx_{E4}	0.3	x_{E4}	0.3
δy_{E4}	0.8	y_{E4}	0.8
δx_1	0.4	x_1	0.4
δy_1	1.3	y_1	1.3
δx_6	0.4	x_6	0.4
δy_6	1.3	y_6	1.3
δx_{13}	0.5	x_{13}	0.5
δy_{13}	1.3	y_{13}	1.3
δx_{18}	0.5	x_{18}	0.5
δy_{18}	1.3	y_{18}	1.3

Πίνακας 3.66: Σφάλματα συντεταγμένων του πρώτου οργάνου που έχουν μετατραπεί στο κοινό σύστημα συντεταγμένων (II)

Table 3.66: Errors of the first instrument coordinates that have been transformed at the common coordinate system

3.7.2 Σύγκριση συντεταγμένων με την παρουσία νερού από τα δύο όργανα στο κοινό σύστημα αναφοράς

Αφού πλέον έχουν βρεθεί οι παράμετροι μετασχηματισμού των συντεταγμένων του πρώτου συστήματος, στο κοινό δεύτερο σύστημα αναφοράς, τότε μένει να μετατραπούν οι συντεταγμένες των σημείων της δεξαμενής του πρώτου συστήματος στο δεύτερο σύστημα αναφοράς. Εφαρμόζοντας τις εξισώσεις μετατροπής που υπολογίστηκαν παραπάνω, έγινε η μετατροπή των συντεταγμένων.

Τα μεγέθη που εμφανίζονται στους παρακάτω πίνακες είναι:

Μεγέθη	Περιγραφή
$\delta X_{II}, \delta Y_{II}$	Οι διορθώσεις των κεντροβαρικών συντεταγμένων από το κέντρο βάρους του συστήματος II
X_{II}, Y_{II}	Οι συντεταγμένες των σημείων στο σύστημα II που μετρήθηκαν από το όργανο II
$X_{IIμετ}, Y_{IIμετ}$	Οι συντεταγμένες των σημείων που έχουν μετρηθεί από το όργανο I και έχουν μετατραπεί στο σύστημα του οργάνου II

Πίνακας 3.67: Περιγραφή μεγεθών
Table 3.67: Description of elements

Για τα διάφορα βάθη του νερού στην δεξαμενή οι μετατροπές των συντεταγμένων έχουν ως εξής:

- Βάθος νερού 10 cm

Σημείο	X(m)	Y(m)
Κέντρο Βάρους I	100.521	101.493
Κέντρο Βάρους II	199.781	201.346

Πίνακας 3.68: Συντεταγμένες κέντρων βάρους σε βάθος 10cm
Table 3.68: Centre of gravity coordinates for water depth 10cm

Σημεία	XI(m)	YI(m)	δX_I	δY_I	XII(m)	YII(m)
E3	100.325	101.590	-0.196	0.097	199.583	201.439
E4	100.921	101.559	0.400	0.066	200.180	201.421
1	100.022	101.714	-0.499	0.222	199.277	201.557
2	100.223	101.701	-0.298	0.209	199.479	201.549
3	100.422	101.688	-0.099	0.196	199.678	201.540
4	100.622	101.678	0.101	0.185	199.878	201.534
5	100.822	101.666	0.301	0.173	200.078	201.526
6	101.023	101.654	0.502	0.161	200.280	201.519
7	100.010	101.515	-0.511	0.022	199.270	201.358
8	100.211	101.501	-0.310	0.009	199.471	201.348
9	100.409	101.489	-0.112	-0.003	199.669	201.341
10	100.610	101.478	0.088	-0.015	199.870	201.333
11	100.809	101.465	0.288	-0.027	200.070	201.325
12	101.010	101.453	0.489	-0.040	200.271	201.317
13	99.998	101.314	-0.523	-0.179	199.262	201.157
14	100.197	101.302	-0.324	-0.191	199.462	201.149
15	100.396	101.289	-0.125	-0.203	199.661	201.141
16	100.597	101.277	0.076	-0.215	199.862	201.133
17	100.796	101.265	0.275	-0.227	200.061	201.125
18	100.998	101.254	0.477	-0.239	200.263	201.118

Πίνακας 3.69: Μετατροπές συντεταγμένων στο κοινό σύστημα αναφοράς για βάθος 10cm
Table 3.69: Coordinate transforms at the common reference system for water depth 10cm

Σημεία	δXII	δYII	XIIμετ	YIIμετ	XII-XIIμετ	YII-YIIμετ
E3	-0.198	0.093	199.583	201.439	0.1	0.2
E4	0.398	0.075	200.179	201.421	0.3	0.1
1	-0.504	0.210	199.278	201.557	0.4	0.3
2	-0.303	0.202	199.479	201.549	0.0	0.2
3	-0.103	0.193	199.678	201.540	0.1	0.6
4	0.097	0.187	199.878	201.534	0.0	0.1
5	0.297	0.179	200.078	201.526	0.1	0.2
6	0.498	0.172	200.279	201.519	0.2	0.3
7	-0.511	0.011	199.270	201.357	0.2	0.2
8	-0.310	0.002	199.471	201.348	0.2	0.5
9	-0.112	-0.006	199.669	201.341	0.1	0.0
10	0.089	-0.013	199.870	201.334	0.1	0.4
11	0.288	-0.021	200.070	201.325	0.2	0.7
12	0.489	-0.029	200.271	201.318	0.3	0.1
13	-0.518	-0.190	199.263	201.156	0.7	0.7
14	-0.319	-0.198	199.462	201.149	0.2	0.1
15	-0.120	-0.206	199.661	201.141	0.0	0.2
16	0.080	-0.213	199.861	201.133	0.2	0.4
17	0.280	-0.221	200.061	201.125	0.2	0.1
18	0.482	-0.228	200.263	201.118	0.1	0.2

Πίνακας 3.70: Συγκρίσεις συντεταγμένων στο κοινό σύστημα αναφοράς σε βάθος 10cm
Table 3.70: Coordinate comparisons at the common reference system for water depth 10cm

- Βάθος νερού 25.1 cm

Σημείο	X(m)	Y(m)
Κέντρο Βάρους I	100.521	101.492
Κέντρο Βάρους II	199.781	201.346

Πίνακας 3.71: Συντεταγμένες κέντρων βάρους βάθος 25.1cm
Table 3.71: Centre of gravity coordinates for depth 25.1cm

Σημεία	XI(m)	YI(m)	δXI	δYI	XII(m)	YII(m)
E3	100.325	101.589	-0.196	0.097	199.583	201.439
E4	100.921	101.558	0.400	0.066	200.180	201.421
1	100.022	101.713	-0.499	0.221	199.277	201.557
2	100.223	101.701	-0.298	0.209	199.479	201.548
3	100.422	101.688	-0.099	0.196	199.679	201.540
4	100.622	101.676	0.101	0.184	199.878	201.533
5	100.822	101.665	0.301	0.173	200.078	201.526
6	101.023	101.653	0.502	0.161	200.279	201.519
7	100.010	101.514	-0.511	0.022	199.270	201.357
8	100.211	101.501	-0.310	0.009	199.471	201.348
9	100.409	101.489	-0.112	-0.003	199.669	201.340
10	100.609	101.477	0.088	-0.015	199.870	201.333
11	100.809	101.465	0.288	-0.027	200.070	201.325
12	101.010	101.452	0.489	-0.040	200.271	201.317
13	99.998	101.313	-0.523	-0.179	199.262	201.156
14	100.197	101.301	-0.324	-0.191	199.462	201.148
15	100.396	101.290	-0.125	-0.202	199.661	201.141
16	100.597	101.277	0.076	-0.215	199.861	201.133
17	100.796	101.265	0.275	-0.227	200.061	201.125
18	100.998	101.253	0.477	-0.239	200.263	201.117

Πίνακας 3.72: Μετατροπές συντεταγμένων στο κοινό σύστημα αναφοράς βάθος 25.1cm
Table 3.72: Coordinate transforms at the common reference system for water depth 25.1cm

Σημεία	δXII	δYII	XIIμετ	YIIμετ	XII-XIIμετ	YII-YIIμετ
E3	-0.198	0.093	199.583	201.439	0.1	0.3
E4	0.398	0.075	200.179	201.421	0.3	0.2
1	-0.503	0.210	199.278	201.556	0.2	0.4
2	-0.303	0.202	199.479	201.548	0.0	0.2
3	-0.103	0.193	199.678	201.539	0.2	0.2
4	0.097	0.186	199.878	201.533	0.2	0.6
5	0.296	0.179	200.078	201.526	0.4	0.0
6	0.498	0.172	200.279	201.518	0.4	0.1
7	-0.511	0.011	199.270	201.357	0.3	0.3
8	-0.310	0.002	199.471	201.348	0.1	0.3
9	-0.112	-0.006	199.669	201.340	0.0	0.1
10	0.089	-0.013	199.870	201.333	0.1	0.1
11	0.288	-0.021	200.070	201.325	0.1	0.0
12	0.489	-0.029	200.271	201.317	0.2	0.0
13	-0.518	-0.190	199.263	201.156	0.7	0.4
14	-0.319	-0.198	199.462	201.149	0.1	0.1
15	-0.120	-0.205	199.661	201.141	0.2	0.5
16	0.080	-0.213	199.861	201.133	0.0	0.0
17	0.280	-0.221	200.061	201.126	0.2	1.0
18	0.482	-0.228	200.263	201.118	0.1	0.9

Πίνακας 3.73: Συγκρίσεις συντεταγμένων στο κοινό σύστημα αναφοράς βάθος 25.1cm
Table 3.73: Coordinate comparisons at the common reference system for water depth 25.1cm

- Βάθος νερού 39.6 cm

Σημείο	X(m)	Y(m)
Κέντρο Βάρους I	100.521	101.493
Κέντρο Βάρους II	199.781	201.347

Πίνακας 3.74: Συντεταγμένες κέντρων βάρους βάθος 39.6cm
Table 3.74: Centre of gravity coordinates for water depth 39.6cm

Σημεία	XI(m)	YI(m)	δXI	δYI	XII(m)	YII(m)
E3	100.325	101.590	-0.196	0.097	199.583	201.440
E4	100.922	101.559	0.400	0.066	200.180	201.421
1	100.022	101.714	-0.499	0.222	199.277	201.558
2	100.223	101.702	-0.299	0.209	199.478	201.549
3	100.423	101.689	-0.099	0.196	199.678	201.541
4	100.622	101.677	0.101	0.184	199.878	201.534
5	100.822	101.666	0.301	0.173	200.078	201.526
6	101.024	101.654	0.502	0.161	200.279	201.519
7	100.010	101.515	-0.511	0.022	199.269	201.358
8	100.211	101.502	-0.311	0.009	199.471	201.349
9	100.409	101.490	-0.112	-0.003	199.669	201.341
10	100.610	101.478	0.088	-0.015	199.870	201.334
11	100.810	101.465	0.288	-0.027	200.070	201.326
12	101.011	101.453	0.489	-0.040	200.271	201.318
13	99.998	101.314	-0.523	-0.179	199.262	201.157
14	100.197	101.302	-0.324	-0.191	199.462	201.149
15	100.396	101.290	-0.125	-0.203	199.661	201.142
16	100.597	101.278	0.076	-0.215	199.861	201.133
17	100.797	101.266	0.275	-0.227	200.061	201.125
18	100.998	101.254	0.477	-0.239	200.263	201.118

Πίνακας 3.75: Μετατροπές συντεταγμένων στο κοινό σύστημα αναφοράς βάθος 39.6cm
 Table 3.75: Coordinate transforms at the common reference system for water depth 39.6cm

Σημεία	δXII	δYII	XIIμετ	YIIμετ	XII-XIIμετ	YII-YIIμετ
E3	-0.198	0.093	199.583	201.440	0.0	0.1
E4	0.398	0.075	200.179	201.422	0.2	0.3
1	-0.504	0.210	199.277	201.557	0.5	0.4
2	-0.303	0.202	199.478	201.549	0.0	0.1
3	-0.103	0.193	199.678	201.540	0.1	0.3
4	0.097	0.186	199.878	201.533	0.1	0.6
5	0.296	0.179	200.077	201.526	0.4	0.1
6	0.498	0.172	200.279	201.519	0.0	0.0
7	-0.511	0.011	199.270	201.358	0.3	0.2
8	-0.310	0.002	199.471	201.349	0.1	0.0
9	-0.112	-0.006	199.669	201.341	0.1	0.1
10	0.089	-0.013	199.870	201.334	0.1	0.1
11	0.289	-0.021	200.070	201.326	0.1	0.2
12	0.490	-0.029	200.271	201.318	0.4	0.2
13	-0.518	-0.190	199.263	201.157	0.4	0.1
14	-0.319	-0.198	199.462	201.149	0.2	0.5
15	-0.120	-0.206	199.661	201.141	0.0	0.3
16	0.080	-0.213	199.861	201.134	0.1	0.3
17	0.280	-0.221	200.061	201.126	0.1	0.6
18	0.482	-0.228	200.263	201.119	0.1	0.9

Πίνακας 3.76: Συγκρίσεις συντεταγμένων στο κοινό σύστημα αναφοράς βάθος 39.6cm
 Table 3.76: Coordinate comparisons at the common reference system for water depth 39.6cm

- Βάθος νερού 59.9 cm

Σημείο	X(m)	Y(m)
Κέντρο Βάρους I	100.521	101.493
Κέντρο Βάρους II	199.781	201.347

Πίνακας 3.77: Συντεταγμένες κέντρων βάρους βάθος 59.9cm
 Table 3.77: Centre of gravity coordinates for water depth 59.9cm

Σημεία	XI(m)	YI(m)	δXI	δYI	XII(m)	YII(m)
E3	100.325	101.590	-0.196	0.097	199.583	201.439
E4	100.922	101.559	0.400	0.066	200.179	201.421
1	100.022	101.714	-0.499	0.221	199.277	201.558
2	100.223	101.702	-0.298	0.209	199.478	201.549
3	100.423	101.689	-0.099	0.196	199.678	201.541
4	100.623	101.678	0.101	0.185	199.878	201.534
5	100.822	101.666	0.301	0.173	200.078	201.526
6	101.024	101.654	0.502	0.161	200.279	201.519
7	100.010	101.515	-0.511	0.023	199.269	201.358
8	100.211	101.501	-0.311	0.009	199.470	201.349
9	100.409	101.490	-0.112	-0.003	199.669	201.341
10	100.610	101.478	0.088	-0.015	199.870	201.334
11	100.810	101.465	0.288	-0.028	200.070	201.326
12	101.011	101.453	0.490	-0.040	200.271	201.317
13	99.998	101.314	-0.523	-0.179	199.262	201.157
14	100.197	101.302	-0.324	-0.191	199.461	201.149
15	100.396	101.290	-0.125	-0.203	199.661	201.141
16	100.597	101.278	0.076	-0.215	199.862	201.134
17	100.796	101.265	0.275	-0.228	200.061	201.125
18	100.999	101.254	0.477	-0.239	200.263	201.118

Πίνακας 3.78: Μετατροπές συντεταγμένων στο κοινό σύστημα αναφοράς βάθους 59.9cm
Table 3.78: Coordinate transforms at the common reference system for water depth 59.9cm

Σημεία	δXII	δYII	XIIμετ	YIIμετ	XII – XIIμετ	YII – YIIμετ
E3	-0.198	0.093	199.583	201.440	0.1	0.5
E4	0.398	0.075	200.179	201.421	0.0	0.2
1	-0.504	0.210	199.277	201.557	0.7	0.7
2	-0.303	0.202	199.478	201.549	0.5	0.0
3	-0.103	0.194	199.678	201.541	0.0	0.2
4	0.097	0.187	199.878	201.534	0.2	0.1
5	0.297	0.179	200.078	201.526	0.3	0.3
6	0.498	0.172	200.279	201.519	0.2	0.0
7	-0.511	0.011	199.270	201.358	0.3	0.0
8	-0.311	0.002	199.470	201.348	0.1	0.5
9	-0.112	-0.006	199.669	201.341	0.4	0.1
10	0.089	-0.013	199.870	201.334	0.1	0.2
11	0.289	-0.021	200.070	201.326	0.4	0.1
12	0.490	-0.029	200.271	201.318	0.1	0.6
13	-0.519	-0.191	199.262	201.156	0.5	0.6
14	-0.319	-0.198	199.461	201.149	0.0	0.3
15	-0.120	-0.205	199.661	201.141	0.2	0.0
16	0.080	-0.213	199.861	201.134	0.1	0.1
17	0.280	-0.221	200.061	201.126	0.3	0.2
18	0.482	-0.229	200.263	201.118	0.1	0.3

Πίνακας 3.79: Συγκρίσεις συντεταγμένων στο κοινό σύστημα αναφοράς βάθους 59.9cm
Table 3.79: Coordinate comparisons at the common reference system for water depth 59.9cm

3.8 Μετρήσεις ανακλαστικότητας

Κατά την διάρκεια πραγματοποίησης των μετρήσεων, με ειδική λειτουργία των οργάνων, πραγματοποιήθηκαν και κάποιες μετρήσεις ανακλαστικότητας, προκειμένου να διαπιστωθούν τυχόν διαφοροποιήσεις καθώς η δεξαμενή γεμίζει με νερό. Οι μετρήσεις ανακλαστικότητας παρουσιάζονται σε μορφή πίνακα:

Μετρήσεις ανακλαστικότητας – ποσοστό επιστρεφόμενης ακτινοβολίας		
Βάθος νερού (cm)	Leica TCRM 1201 +	Leica TM30
0	99%	99%
25.1	58%	48%
39.6	45%	42%
59.9	43%	39%

Πίνακας 3.80: Ποσοστά επιστρεφόμενης ακτινοβολίας για τα διάφορα βάθη
Table 3.80: Percentages of returning radiation for different water depths

Κεφάλαιο IV

Συμπεράσματα και προτάσεις

4.1 Εισαγωγή

Το κεφάλαιο αυτό αποτελείται από δύο κύρια μέρη τα οποία είναι:

- Το **πρώτο μέρος** αφορά στα συμπεράσματα τα οποία εξάγονται μετά τον υπολογισμό των διαφόρων μεγεθών, και σχολιάζουν τα αποτελέσματα τα οποία εξήχθησαν από την προτεινόμενη μεθοδολογία, τη σύνδεση των δύο τοπικών συστημάτων αναφοράς αλλά και τις εκτροπές των σημείων πριν την εφαρμογή της μεθοδολογίας καθώς επίσης και τις αβεβαιότητες των αποτελεσμάτων της προτεινόμενης μεθόδου (παράγραφοι **4.2-4.7**).
- Το **δεύτερο μέρος** αφορά στις προτάσεις για περαιτέρω έρευνα και διερεύνηση, καθώς επίσης και υποδείξεις με βάση τα συμπεράσματα και στο πως μπορεί να βελτιωθεί η μεθοδολογία που προτείνει η παρούσα διπλωματική εργασία (παράγραφος **4.8**).

4.2 Συμπεράσματα για την αβεβαιότητα των συντεταγμένων

Από τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται παραπάνω, οι αβεβαιότητες των σημείων διαφοροποιούνται ανάλογα με την θέση που βρίσκονται σε σχέση με το όργανο. Πιο συγκεκριμένα, τα σημεία τα οποία βρίσκονται σε μεγαλύτερη απόσταση παρουσιάζουν μεγαλύτερα σφάλματα σε σχέση με αυτά τα οποία είναι πιο κοντά στο όργανο. Οι διαφοροποιήσεις βέβαια είναι πολύ μικρές καθώς δεν υπάρχουν πολύ μεγάλες διαφορές στα σφάλματα των συντεταγμένων. Ωστόσο είναι εμφανές το γεγονός ότι η απόσταση επηρεάζει τα σφάλματα, ειδικά όταν η ακτινοβολία ταξιδεύει για μεγάλο χρονικό διάστημα μέσα στο νερό, καθώς το σήμα καθυστερεί και εξασθενεί.

Τα σφάλματα στις συντεταγμένες των σημείων ελέγχου είναι μικρότερα σε σχέση με τα υπόλοιπα σημεία του κανάβου, καθώς για τα πρώτα χρησιμοποιείται αυτοκόλλητος ανακλαστήρας ενώ για τα δεύτερα όχι. Ωστόσο αξίζει να παρατηρηθεί, ότι οι συντεταγμένες των σημείων που μετρήθηκαν χωρίς ανακλαστήρα, παρουσιάζουν μικρά σφάλματα τόσο στις μετρήσεις χωρίς όσο και στις μετρήσεις με την παρουσία νερού στην δεξαμενή. Αυτό οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η μεθοδολογία δίνει ακριβή και αξιόπιστα αποτελέσματα. Με βάση τα αποτελέσματα του κεφαλαίου III, παρακάτω παρουσιάζονται πίνακες με τις διαφορές των συντεταγμένων όπως αυτές προκύπτουν από την εφαρμογή της μεθοδολογίας σε σχέση με τις συντεταγμένες αναφοράς (χωρίς νερό). Από τους πίνακες αυτούς, προκύπτει ότι οι διορθώσεις των μεγεθών της μεθοδολογίας, ανταποκρίνονται και προσεγγίζουν πολύ καλά και ικανοποιητικά τις πραγματικές αλλοιώσεις της ακτινοβολίας, καθώς οι διαφορές των συντεταγμένων είναι πολύ μικρές, μικρότερης τάξης του 1mm.

Για τα δύο όργανα οι διαφορές των συντεταγμένων από τις συντεταγμένες αναφοράς είναι:

- Leica TCRM 1201+

Σημείο	Διαφορές από τις αρχικές συντ/νες		
	ΔX(mm)	ΔY(mm)	DZ(mm)
E3	0.1	0.3	0.8
E4	0.0	0.3	0.3
1	-0.1	0.4	0.5
2	0.1	0.0	0.6
3	0.2	0.7	-0.5
4	0.3	1.3	-1.4
5	0.3	0.7	-0.6
6	-0.1	0.2	0.2
7	0.1	0.2	1.2
8	0.1	0.6	0.5
9	0.1	0.4	0.8
10	0.1	0.7	0.6
11	-0.1	0.3	0.4
12	0.4	0.8	-0.4
13	0.0	0.5	0.8
14	0.1	1.4	0.3
15	0.0	0.4	2.0
16	0.0	0.3	2.4
17	0.2	0.5	1.1
18	0.1	0.0	0.7

Πίνακας 4.1: Διαφορές συντεταγμένων σε βάθος νερού 39.6cm
Table 4.1: Coordinate differences for water depth 39.6cm

Σημείο	Διαφορές από τις αρχικές συντ/νες		
	ΔX(mm)	ΔY(mm)	DZ(mm)
E3	0.0	0.2	0.6
E4	0.0	0.5	-0.7
1	-0.1	0.4	0.1
2	-0.2	-0.4	0.7
3	0.1	0.2	0.1
4	0.2	0.8	-0.7
5	-0.1	0.7	-0.7
6	-0.1	0.3	-0.1
7	0.1	-0.1	1.6
8	0.2	0.7	0.3
9	0.1	0.2	0.9
10	0.0	0.4	0.7
11	-0.2	0.3	0.4
12	0.0	0.5	-0.2
13	0.0	0.8	0.8
14	0.1	0.9	0.7
15	0.1	0.1	2.1
16	-0.1	0.2	2.6
17	0.3	0.7	0.3
18	0.0	0.4	0.2

Πίνακας 4.2: Διαφορές συντεταγμένων σε βάθος νερού 59.9cm
Table 4.2: Coordinate differences for water depth 59.9cm

- Leica TM30

Σημείο	Διαφορές από τις αρχικές συντ/νες		
	ΔX(mm)	ΔY(mm)	DZ(mm)
E3	0.0	0.5	0.2
E4	0.0	0.7	1.0
1	0.0	0.3	0.1
2	0.5	0.3	0.7
3	0.1	0.1	0.0
4	0.3	0.5	0.1
5	0.1	0.2	0.2
6	0.2	0.2	0.8
7	0.6	0.3	1.4
8	0.3	0.2	0.9
9	0.4	0.1	1.2
10	0.3	0.6	1.4
11	0.1	0.7	1.0
12	0.1	0.0	0.2
13	0.5	0.1	1.0
14	0.5	0.4	2.2
15	0.3	0.3	2.6
16	0.2	0.7	3.3
17	0.2	0.2	1.9
18	0.1	0.2	0.4

Πίνακας 4.3: Διαφορές συντεταγμένων σε βάθος νερού 39.6cm
Table 4.3: Coordinate differences for water depth 39.6cm

Σημείο	Διαφορές από τις αρχικές συντ/νες		
	ΔX(mm)	ΔY(mm)	DZ(mm)
E3	0,0	0,9	0,1
E4	0,2	0,8	0,9
1	0,3	0,1	0,3
2	0,8	0,5	0,7
3	0,3	0,4	0,1
4	0,3	0,4	0,2
5	0,0	0,1	0,7
6	0,2	0,3	0,8
7	0,8	0,2	1,4
8	0,7	0,5	1,3
9	0,3	0,5	1,0
10	0,3	0,5	1,3
11	0,1	0,8	0,9
12	0,3	0,6	0,2
13	0,6	0,2	1,1
14	0,5	0,6	2,1
15	0,2	0,2	2,1
16	0,2	1,0	3,3
17	0,2	0,3	2,3
18	0,1	0,1	0,4

Πίνακας 4.4: Διαφορές συντεταγμένων σε βάθος νερού 59.9cm
Table 4.4: Coordinate differences for water depth 59.9cm

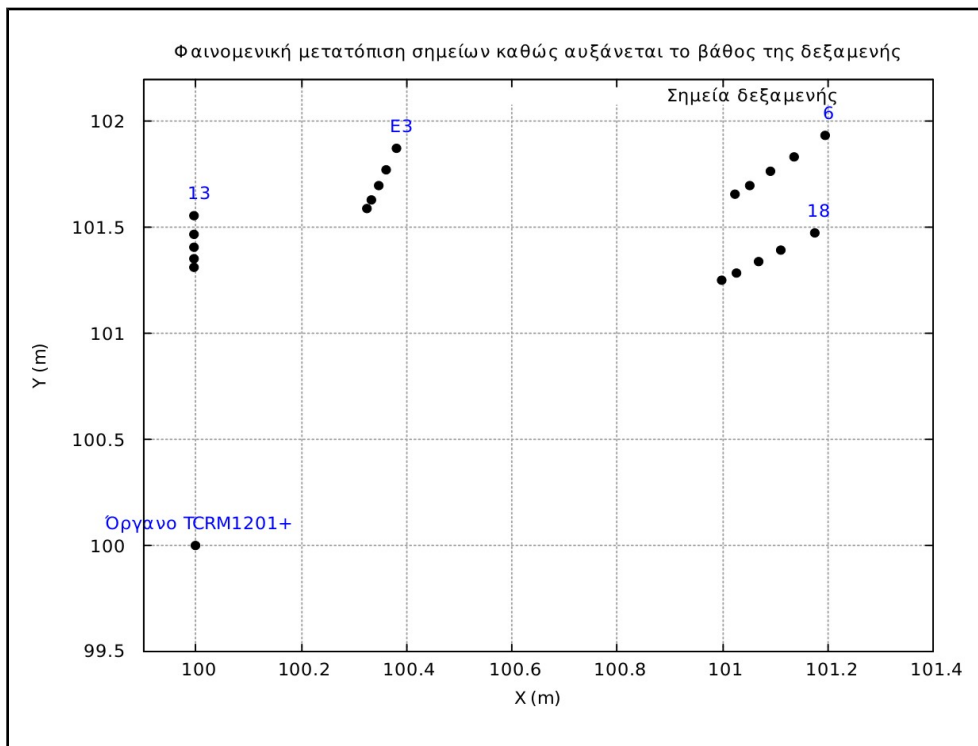
Από τους πίνακες είναι φανερό ότι για τις οριζοντιογραφικές συντεταγμένες οι διαφορές των συντεταγμένων είναι πολύ μικρές μικρότερες από 1mm, ωστόσο σε συγκεκριμένα σημεία, όπως τα 16 και 17 τα σφάλματα στη τρίτη διάσταση είναι μεγαλύτερα. Αυτό ίσως οφείλεται στα σφάλματα της κατακόρυφης γωνίας και στο σφάλμα των υψομετρικών διαφορών. Πάντως τα σφάλματα αυτά δεν είναι πολύ μεγάλα και φαίνεται ότι οι συντεταγμένες που προκύπτουν από τη μεθοδολογία είναι πολύ κοντά στις συντεταγμένες αναφοράς.

4.3 Συμπεράσματα για τα αποτελέσματα της προτεινόμενης μεθόδου

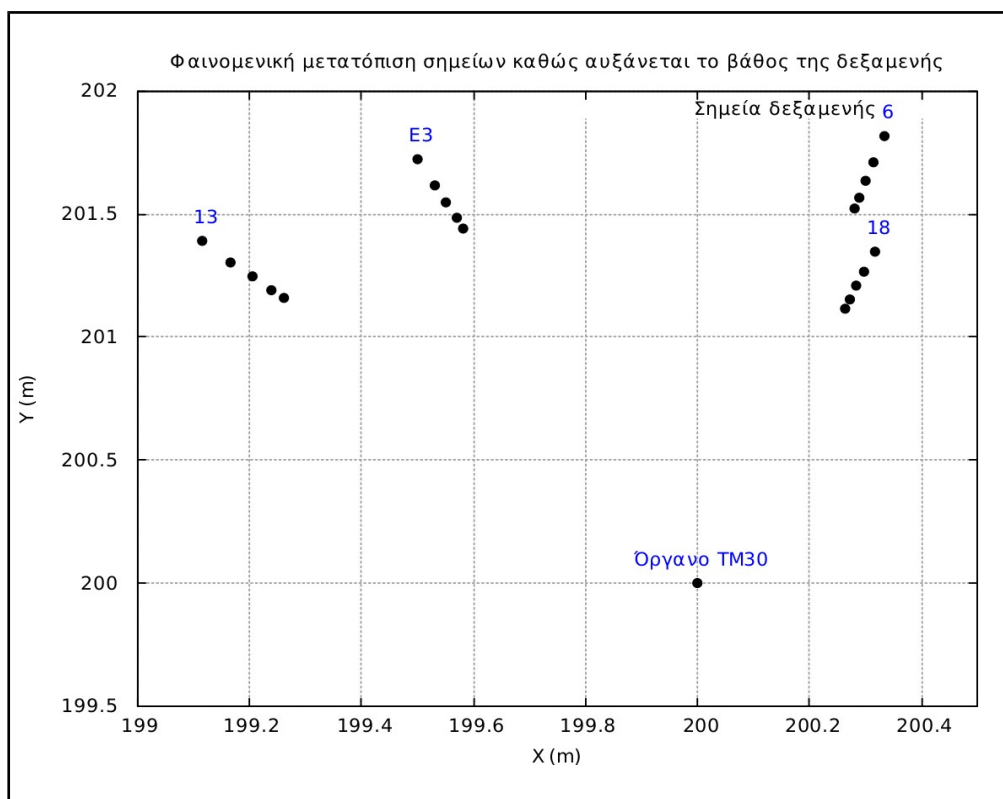
- Τα σημεία που εμφανίζουν τις μικρότερες αβεβαιότητες είναι, όπως ήταν αναμενόμενο τα σημεία ελέγχου, E3 και E4, καθώς μετρήθηκαν με την βοήθεια πρίσματος εμφανίζοντας έτσι μικρότερα σφάλματα
- Μεγαλύτερα σφάλματα παρατηρούνται, πράγμα που είναι αναμενόμενο, στα μεγαλύτερα βάθη. Γενικά όσο το βάθος του νερού μεγαλώνει, τόσο η αβεβαιότητα των μεγεθών αυξάνεται
- Τα σημεία που βρίσκονται σε μεγαλύτερη απόσταση από τα όργανα εμφανίζουν και μεγαλύτερα σφάλματα. Βέβαια οι διαφοροποιήσεις δεν είναι σημαντικές, ωστόσο αν τα σημεία βρίσκονταν πιο μακριά από τα όργανα, πιθανότατα θα παρουσίαζαν συνολικά μεγαλύτερη αβεβαιότητα, ειδικά αν η ακτινοβολία “ταξίδευε” μεγαλύτερες αποστάσεις στο νερό. Για το Leica TCRM 1201+ μεγαλύτερη αβεβαιότητα εμφανίζει το σημείο 6 και για το Leica TM30 το σημείο 1
- Το σημαντικότερο μέγεθος που επηρεάζει πολύ τις αβεβαιότητες των μεγεθών που συμμετέχουν στην προτεινόμενη μεθοδολογία είναι η υψομετρική διαφορά Δh από τον σκοπευτικό άξονα του οργάνου μέχρι την επιφάνεια του νερού

4.4 Συμπεράσματα για την εκτροπή των σημείων πριν την εφαρμογή της μεθοδολογίας

Όταν μετράται ένα σημείο μέσα στο νερό, υπάρχουν αλλοιώσεις στις μετρήσεις καθώς υπάρχει σημαντική εκτροπή της ακτίνας λόγω της διάθλασής της στο νερό αλλά και της καθυστέρησης του σήματος κυρίως κατά την διάδοσή του. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα τόσο η κατακόρυφη γωνία, όσο και το κεκλιμένο μήκος που μετρήθηκαν από το όργανο να είναι μεγαλύτερα από ότι πραγματικά είναι. Έτσι λοιπόν, τα σημεία κατά κάποιο τρόπο “μετατοπίζονται”, φαινομενικά όμως, καθώς οι συντεταγμένες που προκύπτουν από τις πρωτογενείς μετρήσεις του οργάνου είναι πολύ διαφορετικές από τις συντεταγμένες αναφοράς, που πραγματοποιήθηκαν χωρίς την ύπαρξη νερού. Η φαινομενική αυτή μετατόπιση, η οποία βέβαια είναι και αναμενόμενη και λόγω αυτής προτείνεται η μεθοδολογία που διερευνά η παρούσα διπλωματική εργασία, δεν γίνεται με τυχαίο ως προς τη θέση τρόπο, αλλά παρατηρήθηκε ότι παρουσιάζει ένα συγκεκριμένο μοτίβο. Ο τρόπος αυτός είναι ότι τα σημεία “μετατοπίζονται” πάνω στην διεύθυνση που ορίζεται από το ίδιο το σημείο και από το σημείο στο οποίο είναι τοποθετημένο το όργανο που μετρά. Η διαπίστωση αυτή φαίνεται πολύ χαρακτηριστικά και στο παρακάτω διάγραμμα, στο οποίο απεικονίζεται η μετατόπιση ορισμένων σημείων που βρίσκονται μέσα στην δεξαμενή, μετατόπιση η οποία για όλα τα σημεία ακολουθεί το συγκεκριμένο μοτίβο.



Διάγραμμα 4.1: Διάγραμμα 4.1: Φαινομενική μετατόπιση σημείων - Όργανο Leica TCRM 1201+ σημείων - Όργανο Leica



Διάγραμμα 4.2: Φαινομενική μετατόπιση σημείων - Όργανο Leica TM30

Graph 4.2: Phenomenal relocation of the points – Leica TM30

Το αξιοσημείωτο αυτό αποτέλεσμα έχει εξήγηση. Συμβαίνει επειδή υπάρχουν πολύ μεγάλες αλλοιώσεις στις τιμές των κατακόρυφων γωνιών, σε σχέση με αυτές των οριζόντιων γωνιών, οι οποίες μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες. Έτσι λοιπόν η μετατόπιση γίνεται πάνω στο κατακόρυφο επίπεδο στο οποίο μετράται η κατακόρυφη γωνία. Η μετατόπιση κατά το κατακόρυφο επίπεδο είναι λογικό από την άποψη της φυσικής, καθώς όπως έχει διατυπωθεί και στο κεφάλαιο I, η διάθλαση και κατά συνέπεια η εκτροπή της φωτεινής ακτίνας, πραγματοποιείται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, γεγονός που οδηγεί στο σφάλμα που προκαλείται στις κατακόρυφες γωνίες.

Μετά από συνόρθωση με τις έμμεσες παρατηρήσεις, υπολογίστηκαν οι παράμετροι των εξισώσεων των ευθειών εκτροπής του κάθε σημείου. Για τα σημεία που απεικονίζονται στα παραπάνω διαγράμματα οι εξισώσεις των ευθειών είναι οι εξής:

Leica TCRM 1201+		
Σημείο	Εξίσωση ευθείας εκτροπής	Αpost σο συνόρθωσης
E3	$y = 4.91x - 391.72$	0.0017
E4	$y = 1.69x - 69.37$	0.0009
1	$y = 69.70x - 6870.18$	0.0330
2	$y = 7.58x - 657.99$	0.0015
3	$y = 4x - 299.82$	0.0017
4	$y = 2.68x - 167.98$	0,0008
5	$y = 2.02x - 102$	0,0008
6	$y = 1.62x - 61.92$	0,0010
7	$y = 124.64x - 12364$	0,0320
8	$y = 7.24x - 623.78$	0.0030
9	$y = 3.62x - 262.36$	0.0009
10	$y = 2.42x - 142.44$	0.0008
11	$y = 1.81x - 80.87$	0.0003
12	$y = 1.43x - 43,19$	0.0002
13	$y = 168.75x - 16773.28$	0.0670
14	$y = 6.57x - 557.03$	0.0037
15	$y = 2.25x - 224.66$	0.0012
16	$y = 2.13x - 113.80$	0.0003
17	$y = 1.59x - 58.53$	0.0003
18	$y = 1.26x - 25.65$	0.0002

Πίνακας 4.5: Εξισώσεις ευθειών εκτροπής για κάθε σημείο Leica TCRM 1201+
Table 4.5: Equations of the deflection straight lines for each point Leica TCRM 1201+

Leica TM30		
Σημείο	Εξίσωση ευθείας εκτροπής	Αpost σο συνόρθωσης
E3	$y = -3.44x + 887.14$	0.0004
E4	$y = 8.04x - 1408.70$	0.0024
1	$y = -2.14x + 628.66$	0.0004
2	$y = -2.93x + 785.03$	0.0003
3	$y = -4.74x + 1147.46$	0.0020
4	$y = -12.39x + 2678.67$	0.0042
5	$y = 19.51x - 3702.17$	0.0053
6	$y = 5.47x - 895.25$	0.0014
7	$y = -1.86.x + 571.25$	0.0005
8	$y = -2.53x + 706.81$	0.0010
9	$y = -4.07.x + 1013.50$	0.0005
10	$y = -10.31x + 2262.89$	0.0023
11	$y = 18.96x - 3592.06$	0.0050
12	$y = 5.88x - 775,29$	0.0011
13	$y = -1.56x + 512.81$	0.0009
14	$y = -2.12x + 624.78$	0.0006
15	$y = -3.34x + 868.50$	0.0009
16	$y = -8.16x + 1831.18$	0.0035
17	$y = 18.06x - 3411.00$	0.0024
18	$y = 4.26x - 651.79$	0.0008

Πίνακας 4.6: Εξισώσεις ευθειών εκτροπής για κάθε σημείο Leica TM30
Table 4.6: Equations of the deflection straight lines for each point Leica TM30

Οι ευθείες που προέκυψαν για την εκτροπή του κάθε σημείου συγκλίνουν και έχουν σημείο τομής, το οποίο ταυτίζεται με το σημείο στο οποίο είναι τοποθετημένο το όργανο που μετρά. Κάνοντας συνόρθωση, με εξισώσεις παρατήρησης τις εξισώσεις των ευθειών, για να προσδιοριστεί το σημείο τομής τους, με βαθμό ελευθερία ίσο με $r = 18$, προκύπτουν ότι τα σημεία τομής για τα συστήματα των δύο οργάνων, είναι πολύ κοντά σε θέση με τα σημεία που είναι τοποθετημένα τα όργανα. Έτσι λοιπόν από τις δύο συνορθώσεις προκύπτει ότι:

Σημείο τομής ευθειών	Leica TCRM 1201+	Leica TM30
$X_{\text{οργάνου}}$	100.00	200.00
$Y_{\text{οργάνου}}$	100.00	200.00
$X_{\text{σ.τ.}}$	99.99	199.99
$Y_{\text{σ.τ.}}$	99.90	200.10

Πίνακας 4.7: Σημεία τομής ευθειών εκτροπής για τα δύο όργανα
Table 4.7: Intersection points of the deflection straight lines for both instruments

Το συμπέρασμα των αποτελεσμάτων είναι ότι τα σημεία τομής πλησιάζουν τα σημεία στα οποία είναι τοποθετημένα τα δύο όργανα με τα οποία πραγματοποιήθηκαν οι μετρήσεις. Βέβαια οι ακρίβειες υπολογισμού τους δεν είναι πολύ καλές, ωστόσο το γεγονός ότι τα σημεία τομής είναι πολύ κοντά στα σημεία των οργάνων, είναι ένα επιπλέον στοιχείο, το οποίο ενισχύει την άποψη ότι η εκτροπή των σημείων γίνεται στην διεύθυνση που ορίζουν τα σημεία της δεξαμενής με τα σημεία που βρίσκονται τα όργανα.

4.5 Συμπεράσματα από τις μετρήσεις ανακλαστικότητας

Τα αποτελέσματα από τις μετρήσεις ανακλαστικότητας έχουν ως εξής:

- Όσο μεγαλύτερο είναι το βάθος του νερού τόσο μικρότερο είναι το ποσοστό της επιστρεφόμενης ανακλαστικότητας. Αυτό οφείλεται στο ότι ένα μέρος της ακτινοβολίας ανακλάται στην επιφάνεια του νερού και δεν επιστρέφει στο όργανο, ενώ άλλο ποσοστό “χάνεται” κατά την διάρκεια διάδοσής του μέσα στο νερό καθώς εξασθενεί και δεν καταφέρνει να επιστρέψει στον αισθητήρα του οργάνου.
- Ωστόσο ακόμη και αν το ποσοστό μειώνεται με την άνοδο της στάθμης του νερού, επειδή το ελάχιστο απαιτούμενο ποσοστό επιστρεφόμενης ακτινοβολίας κυμαίνεται περίπου στο 4%, μπορεί να ειπωθεί ότι τα όργανα αυτά μπορούν θεωρητικά να πραγματοποιήσουν μετρήσεις και σε μεγαλύτερα βάθη υπό τις συνθήκες που επικρατούσαν κατά την διάρκεια των μετρήσεων.

4.6 Συμπεράσματα από την συσχέτιση των δύο συστημάτων αναφοράς

Για να μπορέσει να πραγματοποιηθεί μια σύγκριση μεταξύ των αποτελεσμάτων των δύο οργάνων, έπρεπε να συσχετιστούν τα δύο συστήματα αναφοράς. Όπως περιγράφηκε στο Κεφάλαιο ΙΙΙ, πραγματοποιήθηκε συνόρθωση με την μέθοδο των εμμέσων παρατηρήσεων, η οποία έδωσε στο τέλος τις τιμές των παραμέτρων αλλά και τις αβεβαιότητές τους, από τις οποίες εξαρτάται το κατά πόσο ικανοποιητικά έχουν συνορθωθεί τα δεδομένα, έτσι ώστε να μπορέσουν έπειτα να συγκριθούν τα αποτελέσματα των δύο οργάνων. Η τελευταία επιδίωξη, αποτέλεσε και την αιτία να χρησιμοποιηθούν στην συνόρθωση όχι οι συντεταγμένες των σημείων αυτές καθ' εαυτές, αλλά οι συντεταγμένες τους ως προς το κέντρο βάρους των σημείων. Αυτό έγινε για να προκύψουν μικρότερα σφάλματα στις παραμέτρους των δύο μεταθέσεων, t_x και t_y , καθώς η συνόρθωση με τις πρώτες έδωσε αβεβαιότητες της τάξης των 3-5 cm, ενώ με τις δεύτερες της τάξης των 0.1-0.3 cm, αυξάνοντας βέβαια παράλληλα τα σφάλματα των άλλων δύο παραμέτρων, που ωστόσο παρέμειναν πολύ μικρά (0.3-0.5cm).

4.7 Συμπεράσματα για την συμπεριφορά των οργάνων κατά την διάρκεια των μετρήσεων

Οι παρατηρήσεις όσον αφορά στην συμπεριφορά των οργάνων είναι ότι τα όργανα όσο αυξανόταν το βάθος του νερού στη δεξαμενή, τόσο αυξανόταν και ο χρόνος που απαιτούσαν για να πραγματοποιηθεί η μέτρηση του μήκους. Αυτό οφείλεται στην καθυστέρηση στην διάδοση της ακτινοβολίας μέσα στο νερό, κάνοντας περισσότερο χρόνο να επιστρέψει στο όργανο μετά την πρόσπτωσή της στο εκάστοτε σημείο. Ακόμη, το ποσοστό της επιστρεφόμενης ακτινοβολίας μειωνόταν καθώς αυξανόταν το βάθος του νερού, το οποίο είναι λογικό καθώς όσο περισσότερη διαδρομή είχε να διανύσει η ακτινοβολία μέσα στο νερό, τόσο περισσότερο εξασθενούσε η ακτινοβολία.

4.8 Προτάσεις για μελλοντική έρευνα – διερεύνηση

Οι προτάσεις για μελλοντική ενασχόληση με το θέμα το οποίο θίγει η παρούσα διπλωματική προκύπτουν κυρίως από τα συμπεράσματα και τις διαπιστώσεις που εξήχθησαν μετά την εφαρμογή της μεθοδολογίας και τους τελικούς υπολογισμούς. Επομένως, οι προτάσεις είναι οι εξής:

- Μετά τα αποτελέσματα και πειραματισμούς κατά την διάρκεια της επεξεργασίας των μετρήσεων, το μεγαλύτερο μέρος του σφάλματος στον υπολογισμό των διαφόρων μεγεθών της μεθοδολογίας το εισάγει το μέγεθος της υψομετρικής διαφοράς Δh . Αν βρεθεί τρόπος να προσδιοριστεί με πολύ καλή ακρίβεια η υψομετρική διαφορά, τότε κατ' επέκταση και τα υπόλοιπα μεγέθη και τελικά οι συντεταγμένες των σημείων της δεξαμενής θα παρουσιάζουν αισθητά μικρότερα σφάλματα.
- Η μεθοδολογία εφαρμόστηκε σε συγκεκριμένες συνθήκες, όπως καθαρό νερό χωρίς αλατότητα και χωρίς κυματισμούς. Επομένως πρέπει να μελετηθεί και η δυνατότητα εφαρμογής της μεθοδολογίας και κάτω από συνθήκες όπως νερό με αλατότητα και κυματισμούς. Ειδικά λόγω των κυματισμών, καθίσταται πολύ δύσκολο να υπολογιστεί η υψομετρική διαφορά μεταξύ της επιφάνειας του νερού και του οργάνου, καθώς το βάθος δεν παραμένει σταθερό κατά την διάρκεια των μετρήσεων.
- Μελέτη για εφαρμογή της μεθοδολογίας με ύπαρξη νερού το οποίο είτε περιέχει μικροσωματίδια, είτε έχει μεγάλη αλατότητα, καθώς σε αυτή την περίπτωση επηρεάζεται πολύ η ακτινοβολία καθώς εισέρχεται στο νερό και αλλάζουν πολύ οι τιμές του δείκτη διάθλασης του νερού.
- Τέλος, θα μπορούσε να μελετηθεί και η περίπτωση όπου τα σημεία δεν είναι μόνο στον πυθμένα, αλλά βρίσκονται σε διάφορες θέσεις μέσα στο νερό, όπως πάνω στις πλευρές μιας δεξαμενής ή σε κεκλιμένο επίπεδο, όπως επίσης αν ο πυθμένας της δεξαμενής είναι μια πολύ τραχεία επιφάνεια.

Extended Abstract

This diploma thesis aims to investigate the possibility of modern total stations to measure points under the surface of water without the use of prisms and assesses the accuracy and reliability by an error analysis which is based on the laws of physics and geodesy.

In **Chapter I** the theoretical background is given in order to describe all the parameters affecting the measurements of the total station instrument. Specifically, sections 1.2 and 1.3 describe the basic principles of reflection and refraction ([12]), the reflectivity of the materials and its variations ([9]). The reflectivity of the material (equation 1.2) that the targets are made of, is very important for the proposed error analysis method ([6],[7],[14]), because it affects the percentage of the returning radiation. This in turn affects the reliability and the accuracy of the measurements. Furthermore, the refractive index of water and air, both the phase and the group refractive indices are analysed ([1]).

In section 1.4, a detailed description of the way the Electronic Distance Measurement(EDM) perform measurement is given[9], the different methods of measuring are also described along with the advantages and disadvantages of reflectorless total stations ([15]). Also, a literature review is given relevant to this subject. The last part of the chapter contains the specifications of the instruments that are used for the experiments.

Chapter II provides the analysis of the method that is proposed in this thesis. Taking into account the parameters that affect the reflectorless measurements and the laws of Physics and Geodesy, a new method is developed (section 2.2,[7]). The method computes the coordinates of the under water points and estimates their associated accuracy. This new method consists of three parts.

In the first part, the procedure from the moment the laser beam leaves the instrument until it penetrates the water surface is analysed. In this part, the vertical angle and the refractive indices of water and air are involved. The Snell's law is used in order to calculate the refractive angle φ_2 (equations 2.2,2.3) following the calculation of the angle of incidence by the vertical angle (equation 2.1). The procedure is represented in figure 2.2.

The second part refers to the “travel” of the radiation inside the water until its reflection to the target and its return to the instrument's sensor. In this analysis, it is important to use the right value of the refractive index, because the radiation is modulated, and in the equations that calculate distances the group refractive index must be used. This part concludes to two very important equations, 2.10 and 2.11, which calculate the real distance that the laser beam travels inside the water and the depth of the water in the certain point respectively. This procedure is represented in Figure 2.4. Finally, equations 2.12 and 2.13, calculate the slope distance that the laser beam “travels” from the moment that leaves the instrument until it arrives to the measuring point and the correction of the vertical angle respectively.

In the third part, the coordinates of the under water points and their associated accuracy are calculated. Prior to any calculations, an arbitrary local reference system with a specific orientation, represented by figures 2.5 and 2.6, must be established. Then, the two coordinates X and Y are calculated by the equations 2.15 and 2.16. The third coordinate Z is calculated by equation 2.17, after the height difference, between the point that the instrument is located and the measuring point, is calculated.

An experiment is described which tries to validate the proposed method (section 2.3). The experiment was performed indoors, using a water tank. On the tank's bottom a grid of points was

created. Additionally, four adhesive reflectors were located inside the tank, two on the bottom and two on the sides of the tank. Two instruments (Leica TCRM 1201+, Leica TM30) were placed in such a way to view as many points as possible. Two local reference systems were established, one for each instrument.

During the experiment, the external conditions were also noted:

- Air temperature $T=28.55^{\circ}\text{C}$
- Water temperature $T_{\text{water}}=26^{\circ}\text{C}$
- Atmospheric pressure $p=1.015\text{ bar}$
- Humidity **45%**

The elements that were measured during the experiment were:

- Distance measurements
- Horizontal angle measurements
- Vertical angle measurements
- Height difference measurements

The first measurements were made without water in the tank in order to establish the reference values of the coordinates of the points. After that, the tank was filled slowly with water and in various depths, measurements were taken.

During the experimental process, measurements that gave the percentage of the returning radiation were made. Also, the colour of the tank was chosen to be white, in order for the total station to measure in big depths.

Chapter III includes the computational part. In section 3.2, with the help of the Barrel & Sears Method ([1]) and the formulation of Sellmeier, the refractive indices of air and water respectively are computed. After the computation of both phase and group refractive index and the height difference also the following computations were made:

- Calculation of reference coordinates (section 3.4) for the check points (with reflector tape) and grid points
- Calculation of the coordinate accuracy (equation 3.6,3.7,3.8)
- Calculation of corrections that the method suggests (paragraph 3.5.1,3.5.2)
- Calculation of coordinates with water in the tank (paragraph 3.5.3)

An error analysis follows (section 3.6), which gives the errors of the correction, the accuracy of the coordinates and the depth that are calculated from the estimated method, along with a statistical analysis of the errors (section 3.6.3), in order to detect possible systematic errors in the measurements. The result is that no systematic error are detected from the analysis.

Finally, in this chapter, an analysis is performed to detect whether the two systems of the two instruments are correlated (paragraph 3.7). This is made with a least square adjustment, taking into account the reference coordinates of 8 points. The coordinates of the first system are transformed to the second system, in order for the results from the two instruments to be comparable.

Chapter IV provides the conclusions and the suggestions of this diploma thesis. As for conclusions (sections 4.2-4.7), these are summarised as follows:

- The accuracy of the points changes in relation to their position and distance from the instrument. The biggest the distance of this point is, the biggest error has this point. The

differences were found to be small, because the distances are very small. But it is obvious that the distance affects the measurements, because of the signal delays when travelling in the water.

- The errors of the reflective tape points are smaller than the other grid points, because the accuracy of the vertical angle in measurements with reflector are better than reflectorless measurements. However, it is important to be said, that both methods, with and without reflector tape, gives reliable and accurate results.
- As the tank fills with water, the measurements obtained by the instruments without the corrections of the suggesting method, are erroneous because of the refraction of the beam, the diversion of which follows a specific pattern, along a straight line, which is shown in figures 4.1 and 4.2.
- As the depth of water increases, the percentage of returning radiation decreases. This will lead to a depth that the percentage is too small that the instrument cannot measure any more.

Finally, there are some suggestions (section 4.8):

- The biggest effect in error analysis seems to come from the height difference measurement. Therefore, it is an important improvement for the suggested method to measure the height difference in a better way, which will give better accuracy and will improve the whole accuracy of the method.
- The method was applied under certain conditions, such as clean water, without salt and without waves in the surface of the water. So, it should be studied the possibility of applying the method to a waving surface and with a percentage of saltiness in the water or with micro particles in the water.

Βιβλιογραφία

1. Δ. Μπαλοδήμος – Δ. Σταθάς, Γεωδαιτικά όργανα και μέθοδοι μέτρησης γωνιών και μηκών, Αθήνα 1993
2. Α.Μ. Αγατζά - Μπαλοδήμου, Θεωρία σφαλμάτων & Συνορθώσεις I, Αθήνα 2009
3. Α.Μ. Αγατζά - Μπαλοδήμου, Θεωρία σφαλμάτων & Συνορθώσεις II, Αθήνα 2009
4. Α. Iliodromitis - K. Nikolitsas - D. Stathas, Positioning of points below water surface using reflectorless total stations (αδημοσίευτο)
5. Α. Γ. Μπαντέλας - Π.Δ. Σαββαΐδης - Ι.Μ. Υφαντής - Ι.Δ. Δούκας, Γεωδαισία - Γεωδαιτικά Όργανα και Μέθοδοι Μέτρησης και Υπολογισμών,
6. Ευαγγελία Λάμπρου – Γιώργος Πανταζής, Evaluation of the Credibility of Reflectorless Distance Measurement
7. Δημοσθένης Σταθάς - Ευαγγελία Λάμπρου - Γιώργος Πανταζής, Testing a laser scanner in comparison with a specific total station in land surveys (αδημοσίευτο)
8. Σημειώσεις – Εισαγωγή στη Γεωδαισία, Αθήνα 2007
9. Μαρκολέφα Αναστασία - Ε. Λάμπρου(Διπλωματική Εργασία), Αξιολόγηση της μέτρησης του μήκους και του ποσοστού της επιστρεφόμενης ακτινοβολίας με reflectorless γεωδαιτικούς σταθμούς, Αθήνα 2010
10. Μαυράκης Στυλιανός – Ευαγγελία Λάμπρου (Μεταπτυχιακή εργασία), Διερεύνηση της αξιοπιστίας μέτρησης μηκών χωρίς την χρήση ανακλαστήρα με τους σύγχρονους γεωδαιτικούς σταθμούς, Αθήνα 2008
11. Francis A. Jenkins, Harvey E. White, Fundamentals of Optics Fourth Edition
12. Hugh D. Young, Ηλεκτρομαγνητισμός – Οπτική – Σύγχρονη Φυσική Τόμος Β', Εκδόσεις Παπαζήση, Αθήνα 1994
13. Fadi A Bayoud Ph.D. Geomatics Engineering, Leica's Pinpoint EDM Technology with Modified Signal Processing and Novel Optomechanical Features
14. S.Stiros - P. Lontou - A. Voutsina - P. Psimoulis - V. Kontogianni - S. Pytharouli, Tolerance of laser reflectorless EDM Instrument
15. Ευαγγελία Λάμπρου – Γιώργος Πανταζής, Εφαρμοσμένη Γεωδαισία

Ιστοσελίδες:

1. <http://refractiveindex.info/legacy/?group=LIQUIDS&material=Water>
2. <http://emtoolbox.nist.gov/Wavelength/Edlen.asp>
3. <http://www.leica-geosystems.com/en/index.htm>
4. <http://www.metrice.gr>

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι

Ι) Επεξεργασία μετρήσεων

Με γνωστές μεθόδους από τις αρχές της Γεωδαισίας υπολογίστηκαν ο γενικός μέσος όρος από τις μετρήσεις των στοιχείων των σημείων ελέγχου, από τις δύο περιόδους μετρήσεων και τις δύο θέσεις τηλεσκοπίου. Οι μετρήσεις για τα σημεία ελέγχου πραγματοποιήθηκαν με ανακλαστήρα, έτσι ώστε ως σημεία ελέγχου να εμφανίζουν μικρότερη αβεβαιότητα και μεγαλύτερη αξιοπιστία, για να γίνει στην συνέχεια σύγκριση των δύο οργάνων συσχετίζοντας τα δύο συστήματα αναφοράς.

- Leica TCRM 1201+

Οριζόντιες γωνίες Σημείων Ελέγχου						
Στάση	Σκόπευση προς	Θέση Ι	Θέση ΙΙ	Μέση Τιμή	Γενικός Μέσος Όρος	Περίοδος
ΟΙ(1201)	E1	302.807	102.8815	302.8443	302.8629	1η
	E1	302.882	102.8809	302.8815		2η
	E2	333.3973	133.3981	333.3977	333.3977	1η
	E2	333.3975	133.3977	333.3976		2η
	E3	312.8427	112.8413	312.8420	312.8416	1η
	E3	312.8405	112.8418	312.8412		2η
	E4	333.9816	133.9819	333.9818	333.9830	1η
	E4	333.9828	133.9855	333.9842		2η

Πίνακας Ι.1: Υπολογισμός Γενικών μέσων όρων των οριζόντιων γωνιών Leica TCRM 1201+
Table I.1: Caculation of overall average of horisontal angles Leica TCRM 1201+

Στάση	Σκόπευση προς	Θέση Ι	Θέση ΙΙ	Μέση Τιμή	Γενικός Μέσος Όρος	Περίοδος
ΟΙ(1201)	E1	132.6217	267.3757	132.6230	132.6227	1η
	E1	132.6211	267.3764	132.6224		2η
	E2	131.0317	268.9669	131.0324	131.0325	1η
	E2	131.0312	268.9662	131.0325		2η
	E3	155.5641	244.4337	155.5652	155.5657	1η
	E3	155.5665	244.4341	155.5662		2η
	E4	152.1079	247.8927	152.1076	152.1076	1η
	E4	152.1075	247.8924	152.1076		2η

Πίνακας Ι.2: Υπολογισμός Γενικών μέσων όρων των κατακόρυφων γωνιών Leica TCRM 1201+
Table I.1: Caculation of overall average of vertical angles Leica TCRM 1201+

- Leica TM30

Οριζόντιες γωνίες Σημείων Ελέγχου						
Στάση	Σκόπευση προς	Θέση I	Θέση II	Μέση Τιμή	Γενικός Μέσος Όρος	Περίοδος
O2(TM30)	E1	275.5359	75.5293	275.5326	275.5320	1η
	E1	275.5346	75.5283	275.5315		2η
	E2	310.3071	110.3005	310.3038	310.3042	1η
	E2	310.3066	110.3024	310.3045		2η
	E3	282.0641	82.0468	282.0555	282.0549	1η
	E3	282.0612	82.0473	282.0543		2η
	E4	308.0067	107.9916	307.9992	307.9993	1η
	E4	308.0069	107.9920	307.9995		2η

Πίνακας I.3: Υπολογισμός Γενικών μέσων όρων των οριζόντιων γωνιών Leica TM30
Table I.3: Caculation of overall average of horisontal angles Leica TM30

Κατακόρυφες γωνίες Σημείων Ελέγχου						
Στάση	Σκόπευση προς	Θέση I	Θέση II	Μέση Τιμή	Γενικός Μέσος Όρος	Περίοδος
O2(TM30)	E1	127.4188	272.5672	127.4258	127.4267	1η
	E1	127.4217	272.5665	127.4276		2η
	E2	131.1991	268.7867	131.2062	131.2060	1η
	E2	131.1988	268.7874	131.2057		2η
	E3	154.6492	245.3382	154.6555	154.6553	1η
	E3	154.6499	245.3396	154.6552		2η
	E4	156.0685	243.9190	156.0748	156.0754	1η
	E4	156.0704	243.9183	156.0761		2η

Πίνακας I.4 Υπολογισμός Γενικών μέσων όρων των κατακόρυφων γωνιών Leica TM30
Table I.1: Caculation of overall average of vertical angles Leica TM30

Υπολογισμός οριζόντιων γωνιών:

- Η μέση τιμή της οριζόντιας γωνίας σε κάθε περίοδο υπολογίζεται από την σχέση

$$\text{μέση τιμή } i = \frac{\Theta_{\text{εσηI}} + \Theta_{\text{εσηII}} + 200}{2}$$

όπου i: ο αριθμός της περιόδου

- Ο Γενικός μέσος όρος της οριζόντιας γωνίας υπολογίζεται ως ο μέσος όρος των μέσων τιμών όλων των περιόδων.

Υπολογισμός κατακόρυφων γωνιών:

- Η μέση τιμή της κατακόρυφης γωνίας σε κάθε περίοδο υπολογίζεται από την σχέση:

$$\text{μέση τιμή } i = \frac{\Theta_{\text{εσηI}} + 400 - \Theta_{\text{έσηII}}}{2}$$

όπου i : ο αριθμός της περιόδου

- Ο Γενικός μέσος όρος της κατακόρυφης γωνίας υπολογίζεται ως ο μέσος όρος των μέσων τιμών της γωνίας όλων των περιόδων.

II) Μέθοδος Edlen – Υπολογισμός δείκτη διάθλασης αέρα

Με βάση αυτές τις μετρήσεις, υπολογίστηκε ο δείκτης διάθλασης μέσω της ιστοσελίδας <http://emtoolbox.nist.gov/Wavelength/Edlen.astp>, η οποία προτείνει δύο ειδών μεθόδους, εκ των οποίων η μέθοδος Edlen κρίθηκε καταλληλότερη από τις δύο στα πλαίσια των υπολογισμών της παρούσα διπλωματικής εργασίας.

Η μέθοδος Edlen ακολουθεί την εξής μεθοδολογία:

Μονάδες μεγεθών:

- Η θερμοκρασία στις εξισώσεις χρησιμοποιείται σε βαθμούς Κελσίου
- Η πίεση χρησιμοποιείται σε Pascal

Μερική πίεση p_v :

Για τον υπολογισμό της μερικής πίεσης p_v , είναι απαραίτητος ο υπολογισμός της τάσης των κορεσμένων ατμών, p_{sv} στο σημείο πήξης, καθώς ισχύει:

$$p_v = p_{sv}(t_d) \quad (I.1)$$

όπου t_d : το σημείο πήξης

p_{sv} : η πίεση των κορεσμένων ατμών

Προσδιορισμένες σταθερές

Στην εξίσωση του Edlen χρησιμοποιούνται σταθερές οι τιμές των οποίων είναι οι εξής:

Σταθερές	Τιμές
A	8342.54
B	2406147
C	15998
D	96095.43
E	0.601
F	0.00972
G	0.003661

*Πίνακας I.5: Τιμές σταθερών
Table I.5: Element values*

Έπειτα υπολογίζεται το μέγεθος S από το μήκος κύματος της διαμορφωμένης ακτινοβολίας:

$$S = \frac{1}{\lambda^2} \quad (\text{I.2})$$

Στην συνέχεια υπολογίζονται τα ενδιάμεσα μεγέθη:

$$n_s = 1 + 10^{-8} \cdot \left[A + \frac{B}{130 - S} + \frac{C}{38.9 - S} \right] \quad (\text{I.3})$$

$$X = \frac{[1 + 10^{-8} \cdot (E - F \cdot t) \cdot p]}{1} + G \cdot t \quad (\text{I.4})$$

όπου t: η θερμοκρασία του αέρα
p: η πίεση του αέρα

$$n_p = 1 + p \cdot (n_s - 1) \cdot \left(\frac{X}{D} \right) \quad (\text{I.5})$$

Η τελική εξίσωση που υπολογίζει τον δείκτη διάθλασης αέρα είναι η εξής:

$$n = n_p - 10^{-10} \cdot \left[\frac{292.75}{(t + 273.15)} \right] \cdot [3.7345 - 0.0401 \cdot S] \cdot p_v \quad (\text{I.6})$$

Η αβεβαιότητα του δείκτη διάθλασης υπολογίζεται με την εξίσωση:

$$\sigma_n = \sqrt{10^{-16} \cdot \left[\frac{0.0003 \cdot p}{(t + 273)} \right]^2 \cdot [4 + 6 \cdot 10^{-8} \cdot (p - 10^5)^2 + 0.006 \cdot (t - 20)^2] + p_v^2 \cdot \left[(8 \cdot 10^{-4})^2 + \left(\frac{6 \cdot 10^{-6}}{\lambda^4} \right)^2 \right] + (2 \cdot 10^{-8})^2} \\ \sqrt{+ 1.6 \cdot 10^{-16} \cdot \left(\frac{(t - 20) \cdot p}{(t + 273)} \right)^2} \quad (\text{I.7})$$

• **Leica TCRM 1201+**

Δείκτης διάθλασης αέρα για το όργανο Leica TCRM 1201+	
Μεγέθη	Τιμές
Μήκος κύματος ακτινοβολίας	660 nm
Θερμοκρασία αέρα	28.55 °C
Ατμοσφαιρική πίεση	1.015 bars
Υγρασία αέρα	45%

Πίνακας I.6: Στοιχεία για τον υπολογισμό του δείκτη διάθλασης αέρα Leica TCRM1201+
Table I.6: Elements for the calculation of the air refractive index Leica TCRM 1201+

Αποτελέσματα	Τιμές
Δείκτης διάθλασης του αέρα	1.000263603
Αβεβαιότητα του υπολογισμένου δείκτη	0.000000033

Πίνακας I.7: Δείκτη διάθλασης αέρα και αβεβαιότητά του Leica TCRM 1201+

Table I.7: Calculation of the air refractive index Leica TCRM 1201+

- **Leica TM30**

Δείκτης διάθλασης αέρα για το όργανο Leica TM 30	
Μεγέθη	Τιμές
Μήκος κύματος ακτινοβολίας	658 nm
Θερμοκρασία αέρα	28.55 °C
Ατμοσφαιρική πίεση	1.015 bars
Υγρασία αέρα	45%

Πίνακας I.8: Στοιχεία για τον υπολογισμό του δείκτη διάθλασης αέρα Leica TM30

Table I.8: Elements for the calculation of the air refractive index Leica TM30

Αποτελέσματα	Τιμές
Δείκτης διάθλασης του αέρα	1.000263625
Αβεβαιότητα του υπολογισμένου δείκτη	0.000000033

Πίνακας I.9: Δείκτη διάθλασης αέρα και αβεβαιότητά του Leica TM30

Table I.9: Calculation of the air refractive index Leica TM30

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ II

I) Συνόρθωση για μετατροπή του συστήματος αναφοράς (I) στο κοινό σύστημα αναφοράς (II)

Οι εξισώσεις που συσχετίζουν τα δύο συστήματα είναι οι εξής:

$$\begin{cases} X_{II} = a \cdot X_I - b \cdot Y_I + t_x \\ Y_{II} = b \cdot Y_I + a \cdot X_I + t_y \end{cases} \quad \begin{cases} \delta X_{II} = a \cdot \delta X_I - b \cdot \delta Y_I + t_x \\ \delta Y_{II} = b \cdot \delta Y_I + a \cdot \delta X_I + t_y \end{cases} \quad \begin{matrix} (II.1) \\ (II.2) \end{matrix}$$

όπου: το σύστημα I είναι το σύστημα του Leica TCRM 1201+ και το σύστημα II αυτό του Leica TM30.

• Πίνακας σχεδιασμού A

A=

-0.466	-0.222	1	0
0.222	-0.466	0	1
0.461	-0.164	1	0
0.164	0.461	0	1
-0.222	-0.011	1	0
0.011	-0.222	0	1
0.374	0.020	1	0
-0.020	0.374	0	1
-0.525	-0.136	1	0
0.136	-0.525	0	1
0.476	-0.075	1	0
0.075	0.476	0	1
-0.549	0.264	1	0
-0.264	-0.549	0	1
0.451	0.325	1	0
-0.325	0.451	0	1

Πίνακας II.1: Πίνακας σχεδιασμού A συνόρθωσης εμμέσων παρατηρήσεων
Table II.1: Design table A of adjustment

• Πίνακας Βαρών P

11111111.111	0	0	0	0
.	2040816.33	0	0	0
.	0	0	0	0
.	0	0	.	0	0	...	0
0	.	.	0	6250000	0	0	0
0	.	.	.	0	694444.44	0	0
.	0	0	.	.	0	.	0	...	0
.	0	0	0	.	.	0	.	.	.
0	0	0	...	0	6250000	0
0	0	0	...	0	0	694444.44

Πίνακας II.1: Πίνακας Βαρών
Table II.1: Weight table

Ακολουθώντας την διαδικασία της συνόρθωσης έτσι ώστε το γινόμενο των τετραγώνων των υπολοίπων να είναι το ελάχιστο, η διαδικασία έχει ως εξής:

Βρίσκεται ο ανάστροφος πίνακας του A, ο AT, και στην συνέχεια υπολογίζεται το γινόμενο πινάκων, A^TPA, καθώς ο A δεν αντιστρέφεται και έτσι κατασκευάζεται το σύστημα των κανονικών εξισώσεων, Nx=U, όπου

- N= A^TPA
- U= A^TPI

• **Πίνακας Κανονικών εξισώσεων N**

$$N = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 13478319.4996 & 550025.084334 & 714738.350434 & 509230.186607 \\ \hline 550025.084334 & 4065502.10064 & -1838588.9895 & 197959.601432 \\ \hline 714738.350434 & -1838588.9895 & 69444444.4444 & 0 \\ \hline 509230.186607 & 197959.601432 & 0 & 10941043.0839 \\ \hline \end{array}$$

$$N^{-1} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 7.479882E-008 & -1.04323E-008 & -0.000000001 & -3.29261E-009 \\ \hline -1.04323E-008 & 2.506301E-007 & 6.742975E-009 & -0.000000004 \\ \hline -0.000000001 & 6.742975E-009 & 1.458929E-008 & -7.33163E-011 \\ \hline -3.29261E-009 & -0.000000004 & -7.33163E-011 & 9.162548E-008 \\ \hline \end{array}$$

• **Apriori τυπικό σφάλμα μονάδας βάρους σ₀**

$$\sigma_0 = 1$$

• **Apriori Πίνακας Μεταβλητότητας – Συμμεταβλητότητας**

Ο πίνακας N⁻¹ πολλαπλασιασμένος με το apriori τυπικό σφάλμα της μονάδας βάρους σ₀, δίνει τον apriori πίνακα Μεταβλητότητας – Συμμεταβλητότητας, στον οποίο υπάρχει μια προεκτίμηση των αβεβαιοτήτων των παραμέτρων, τις καλύτερες τιμές των οποίων υπολογίζει η συνόρθωση.

$$V_x = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 7.479882E-008 & -1.04323E-008 & -0.000000001 & -3.29261E-009 \\ \hline -1.04323E-008 & 2.506301E-007 & 6.742975E-009 & -0.000000004 \\ \hline -0.000000001 & 6.742975E-009 & 1.458929E-008 & -7.33163E-011 \\ \hline -3.29261E-009 & -0.000000004 & -7.33163E-011 & 9.162548E-008 \\ \hline \end{array}$$

• **Πίνακας U**

$$U = \begin{array}{|c|} \hline 13475963.9153 \\ \hline 638816.887472 \\ \hline 673263.888889 \\ \hline 512967.687075 \\ \hline \end{array}$$

- Λιάνυσμα καλύτερων τιμών των παραμέτρων της μετατροπής

Στην συνέχεια υπολογίζονται οι καλύτερες τιμές των παραμέτρων των δύο εξισώσεων που συνδέουν τα δύο συστήματα αναφοράς, μέσω του υπολογισμού του πίνακα x , όπου

$$x = N^{-1}U$$

$$\hat{x} = \begin{array}{|c|} \hline 0.998928577 \\ \hline 0.021983677 \\ \hline -4.1721E-006 \\ \hline -6.2863E-006 \\ \hline \end{array}$$

- Υπόλοιπα u

Αφού υπολογίστηκαν οι καλύτερες τιμές, πρέπει να προσδιοριστούν και οι ακρίβειες υπολογισμού τους, οι οποίες εμπεριέχονται στην κύρια διαγώνιο του *a posteriori* πίνακα Μεταβλητότητας – Συμμεταβλητότητας Vx .

Υπολογίζονται τα **υπόλοιπα** με την πράξη: $u = Ax - I$

$$u = \begin{array}{|c|} \hline -0.0003332161 \\ \hline 0.0002037525 \\ \hline 0.000438859 \\ \hline 1.052506E-005 \\ \hline 0.0002217482 \\ \hline -0.0001637556 \\ \hline -0.0002844782 \\ \hline -2.45827E-005 \\ \hline 0.0005708817 \\ \hline -0.0006673198 \\ \hline -0.0005949064 \\ \hline -0.000030071 \\ \hline -0.0002651943 \\ \hline 3.490392E-005 \\ \hline 0.0002129296 \\ \hline 0.0005862571 \\ \hline \end{array}$$

- *A posteriori* τυπικό σφάλμα της μονάδας βάρους $\hat{\sigma}_o$

$$\hat{\sigma}_o = \sqrt{\frac{u^T \cdot P \cdot u}{n - m}} = 0.93$$

Το *a posteriori* τυπικό σφάλμα της μονάδας βάρους για να είναι ικανοποιητική η συνόρθωση των μετρήσεων, πρέπει να πλησιάζει την τιμή της *a priori* τιμής του, έτσι ώστε το πηλίκο των τετραγώνων τους να πλησιάζει τη μονάδα.

$$\frac{\hat{\sigma}_o}{\sigma_o} = 0.87$$

το οποίο μα δείχνει ότι τα δεδομένα έχουν συνορθωθεί ικανοποιητικά, με βάση τις προεκτιμήσεις των αβεβαιοτήτων τους.

- **Aposteriori Πίνακας Μεταβλητότητας – Συμμεταβλητότητας**

Τέλος, μετά τον υπολογισμό των υπολοίπων, υπολογίζεται το aposteriori τυπικό σφάλμα της μονάδας βάρους, το οποίο καταδεικνύει το βαθμό συσχέτισης των δύο συστημάτων αναφοράς. Τελικά προκύπτει και ο aposteriori πίνακας Μεταβλητότητας – Συμμεταβλητότητας, με τον οποίο ολοκληρώνεται η εικόνα των παραμέτρων, με τις τιμές και τις αβεβαιότητές τους.

$$\hat{V}_x =$$

6.533258E-008	-9.11206E-009	-9.13666E-010	-2.87591E-009
-9.11206E-009	2.189113E-007	5.889610E-009	-3.53673E-009
-9.13666E-010	5.889610E-009	1.274293E-008	-6.40376E-011
-2.87591E-009	-3.53673E-009	-6.40376E-011	0.00000008

II) Νόμος μετάδοσης μεταβλητοτήτων για υπολογισμό των σφαλμάτων των συντεταγμένων από το Όργανο Ι που μετατράπηκαν στο κοινό σύστημα II_

Ο νέος πίνακας Μεταβλητότητας – Συμμεταβλητότητας Vy προκύπτει ως εξής:

$$Vy = J \cdot Vx' \cdot J^T \quad (\text{II.3})$$

όπου J: ο Ιακωβιανός πίνακας που συνδέει τους πίνακες Μεταβλητότητας – Συμμεταβλητότητας Vx': ο πίνακας Μεταβλητότητας – Συμμεταβλητότητας μαζί με τα σφάλματα των συντεταγμένων
Vy: ο νέος πίνακας Μεταβλητότητας – Συμμεταβλητότητας

Ο Ιακωβιανός πίνακας έχει διαστάσεις:

αριθμός εξισώσεων x (αριθμός παραμέτρων + αριθμός μετρήσεων) δηλαδή **16x20**, άρα

J=

-0.466	0.222	1	0	0.9989285775	-0.0219836773	0	0
0.222	-0.466	1	0	0.0219836773	0.9989285775	0	0
0.461	-0.164	1	0	0	0	0
0.164	0.461	1	0	0	0	0
.	0	0
.
.	0
.	0	0
0.451	0.325	1	0	0	0	...	0	0.9989285775	-0.0219836773
-0.325	0.451	1	0	0	0	...	0	0.0219836773	0.9989285775

Στη συνέχεια κατασκευάζουμε ένα νέο πίνακα Μεταβλητότητας – Συμμεταβλητότητας, ο οποίος κατασκευάζεται από τον aposteriori πίνακα Μεταβλητότητας – Συμμεταβλητότητας της συνόρθωσης προσθέτοντας στοιχεία, τα οποία αποτελούν τις συμμεταβλητότητες και τις

μεταβλητότητες των συντεταγμένων των συντεταγμένων που προέκυψαν από το όργανο TCRM 1201+ όπως αυτές είχαν διαμορφωθεί μέχρι στιγμής, έτσι ώστε να προκύψουν οι νέες μεταβλητότητές τους στο κοινό σύστημα αναφοράς. Οι συμμεταβλητότητες θεωρούνται ίσες με 0, καθώς δεν έχουν σχέσεις εξάρτησης είτε μεταξύ τους είτε με τις παραμέτρους του μετασχηματισμού. Στην κύρια διαγώνιο τοποθετούνται τα σφάλματα των συντεταγμένων υψωμένα στο τετράγωνο.

$$V_x' =$$

6.5E-08	-9.1E-09	-9.1E-09	-2.9E-09	0	0	0
-9.1E-09	2.2E-07	5.9E-09	-3.5E-09	0	0	0
-9.1E-09	5.9E-09	1.3E-08	-6.4E-11	0	0	0
-2.9E-09	-3.5E-09	-6.4E-11	8E-08	0	0	0
0	0	0	0	9E-08	0	0
0	0	0	0	0	49E-08	0	0
.	0	0	.
.	0	.	0	.
.	0	16E-08	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	144E-08

Ο νόμος μετάδοσης μεταβλητοτήτων δίνει ένα νέο πίνακα Μεταβλητότητας – Συμμεταβλητότητας, ο οποίος περιέχει τις ακρίβειες υπολογισμού των συντεταγμένων από το Leica TCRM 1201+ στο κοινό σύστημα αναφοράς, δηλαδή αυτό του Leica TM30.

$$V_y = J \cdot V_x' \cdot J^T$$

$$V_y =$$

1.2E-07	4.7E-09	4.6E-09	-2.1E-08	-1.4E-08	-5.8E-09
4.7E-09	6.2E-07	2.2E-08	3.4E-08	-3.1E-08	2.7E-08
4.6E-09	2.2E-09	1.2E-07	-2E-08
-2.1E-08	3.4E-08	-2E-08	6.1E-07
.
.
.	2.1E-7	-5E-08	1.9E-08	4.4E-08
.	-5E-08	1.6E-06	-4.9E-08	3.3E-08
-1.4E-08	-3.1E-08	1.9E-08	-4.9E-08	2.1E-07	6E-09
-5.8E-09	2.7E-08	4.4E-08	3.3E-08	6E-09	1.6E-06